

Report, Published Version

**Lang, Günther**

## **UnTRIM Sub-Grid-Topographie. FuE-Abschlussbericht A39550370150**

---

Verfügbar unter/Available at: <https://hdl.handle.net/20.500.11970/106753>

Vorgeschlagene Zitierweise/Suggested citation:

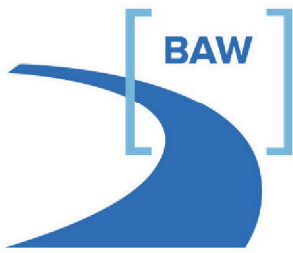
Bundesanstalt für Wasserbau (Hg.) (2012): UnTRIM Sub-Grid-Topographie. FuE-Abschlussbericht A39550370150. Karlsruhe: Bundesanstalt für Wasserbau.

### **Standardnutzungsbedingungen/Terms of Use:**

Die Dokumente in HENRY stehen unter der Creative Commons Lizenz CC BY 4.0, sofern keine abweichenden Nutzungsbedingungen getroffen wurden. Damit ist sowohl die kommerzielle Nutzung als auch das Teilen, die Weiterbearbeitung und Speicherung erlaubt. Das Verwenden und das Bearbeiten stehen unter der Bedingung der Namensnennung. Im Einzelfall kann eine restriktivere Lizenz gelten; dann gelten abweichend von den obigen Nutzungsbedingungen die in der dort genannten Lizenz gewährten Nutzungsrechte.

Documents in HENRY are made available under the Creative Commons License CC BY 4.0, if no other license is applicable. Under CC BY 4.0 commercial use and sharing, remixing, transforming, and building upon the material of the work is permitted. In some cases a different, more restrictive license may apply; if applicable the terms of the restrictive license will be binding.

Verwertungsrechte: Alle Rechte vorbehalten

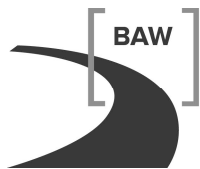


**Bundesanstalt für Wasserbau**  
Kompetenz für die Wasserstraßen

**FuE-Vorhaben**

***UnTRIM SubGrid-Topografie***  
**Abschlussbericht**

**A39550370150**



**Bundesanstalt für Wasserbau**  
Kompetenz für die Wasserstraßen

FuE-Vorhaben  
*UnTRIM SubGrid-Topographie*  
Abschlussbericht

Auftraggeber: BAW

Auftrag vom: 6. 10. 2008

Auftrags-Nr.: BAW-Nr. A39550370150

Aufgestellt von:      Abteilung:      K  
                                         Referat:      K3  
                                         Bearbeiter:      Günther Lang

Hamburg, im Januar 2012

Das Gutachten darf nur ungekürzt vervielfältigt werden. Die Vervielfältigung und eine Veröffentlichung bedürfen der schriftlichen Genehmigung der BAW.

## Zusammenfassung

Im Rahmen des FuE-Vorhabens wurde das Potential des mathematischen Verfahrens UnTRIM<sup>2</sup> für die Simulation von Hydrodynamik und Transportvorgängen im Tidebereich untersucht. Ferner konnte die Eignung des Verfahrens für Fragestellungen der WSV im Bereich der Seeschifffahrtsstraßen des Bundes bewertet und eventuell hierfür erforderliche Weiterentwicklungen aufgezeigt werden.

UnTRIM<sup>2</sup> ermöglicht eine Verwendung topografischer Informationen auf der SubGrid-Skala, also unterhalb der „klassischen“ Gitternetzauflösung liegend, auf der das Gleichungssystem gelöst wird. Dies gestattet eine von der „klassischen“ Auflösung unabhängige Wiedergabe der Topografie. Die Genauigkeit hängt dann nur noch von der Messgenauigkeit und der räumlichen Dichte der benutzten Tiefendaten ab.

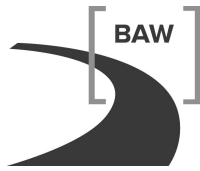
Um die Eigenschaften von UnTRIM<sup>2</sup> kennenlernen und dessen Eignung bewerten zu können, wurden Tests sowohl an Prinzipbeispielen (U-Kanal) als auch für die realen Ästuarie Elbe und Ems durchgeführt. Insbesondere wurde der Einfluss der Auflösung des Berechnungsgitters auf das Simulationsergebnis sowie der Unterschied zu den Ergebnissen des „klassischen“ Verfahrens UnTRIM2007 (ohne SubGrid) untersucht.

Die wichtigsten Ergebnisse in Bezug auf UnTRIM<sup>2</sup> sind:

- 1) Fortschritt:
  - a) Präzise Tiefenverteilung im Modell – unabhängig vom Berechnungsgitter;
  - b) Sparsamer Umgang mit Rechnerressourcen (Nachhaltigkeit).
- 2) Chancen:
  - a) Langzeitsimulationen (Elbe, 3D) – ein Jahr in einem Tag;
  - b) Operationelles Modell der Elbe (3D) – ein Tag in vier Minuten.
- 3) Nutzen:
  - a) Verbesserte Qualität der Simulationsergebnisse;
  - b) Sensitivität der Prognosen – Gitterverfeinerung ohne Tiefenänderung.
- 4) Herausforderungen:
  - a) Datenspeicherung, Visualisierung und Analyse der Simulationsergebnisse;
  - b) Kopplung mit Morphologie und Seegang.

Der Einsatz von UnTRIM<sup>2</sup> für Fragestellungen der WSV erscheint vielversprechend. Vor einer Anwendung von UnTRIM<sup>2</sup> in realen Projekten müssen aber noch die unter Punkt 4 genannten, ungelösten Themen bearbeitet werden. Es wird empfohlen, diese nicht unbedeutenden Probleme zügig anzugehen und Schritt für Schritt zu lösen.





Bundesanstalt für Wasserbau

BAW-Nr. A39550370150 — Januar 2012

**Inhaltsverzeichnis****Seite**

1	Einführung	1
1.1	Ingenieurwissenschaftliche Fragestellung und Stand des Wissens	1
1.2	Bedeutung für die WSV	1
1.3	Motivation	2
2	Grundlagen	4
2.1	SubGrid-Technologie (SGT)	4
2.2	Mathematisches Verfahren UnTRIM <sup>2</sup>	10
2.3	Gitternetzgenerierung	11
2.4	U-Kanal	13
2.5	Elbe Ästuar	14
2.6	Ems Ästuar	18
3	Ergebnisse	22
3.1	U-Kanal	22
3.2	Elbe Ästuar	26
3.3	Ems Ästuar	32
4	Schlussfolgerungen und Empfehlungen	34
5	Literatur	36
6	Internet und BAWiki	36

## Bildverzeichnis

## Seite

Bild 1:	Natürliche Topografie (links), „klassische“ Modelltopografie (rechts) in der (normierten) Grundauflösung 1X. Der normierte Aufwand für CPU und Daten beträgt in diesem Fall ebenfalls 1.	3
Bild 2:	Natürliche Topografie (links), „klassische“ Modelltopografie (rechts) in der Verfeinerungsstufe 8X. Der normierte Aufwand beläuft sich in diesem Fall auf 64 (Daten) und 512 (CPU).	3
Bild 3:	Natürliche Topografie (links), Modelltopografie mit SubGrid (rechts). Die Auflösung des Berechnungsgitters entspricht der Grundauflösung 1X (Bild 1). Normierte Datenmenge und normierter CPU-Zeitbedarf steigen moderat an.	4
Bild 4:	Unstrukturiertes orthogonales Gitter mit subgridskaliger Bathymetrie. Definition verschiedener Größen.	5
Bild 5:	Abhängigkeit der Änderung der durchströmten Fläche $\Delta A$ bei einer Wasserstandsänderung $\Delta \eta$ von der Lage des Wasserstands $\eta$ für einen Querschnitt mit variabler Bathymetrie. In den Bereichen [1] und [2] ist der Querschnitt teilweise, in dem Bereich [3] vollständig von Wasser bedeckt.	9
Bild 6:	Modell mit <i>klassischer</i> Diskretisierung der Bathymetrie. Abhängigkeit der Änderung der durchströmten Fläche $\Delta A$ bei einer Wasserstandsänderung $\Delta \eta$ von der Lage des Wasserstands $\eta$ für den in Bild 5 gezeigten Querschnitt. Man beachte, dass in dem Bereich [1] die real vorhandene Überflutung nicht wiedergegeben werden kann.	10
Bild 7:	Modell mit subgridskaliger Diskretisierung der Bathymetrie. Die Abweichungen zu der realen Situation (Bild 5) sind im Vergleich zur klassischen Diskretisierung (Bild 6) gering.	10
Bild 8:	Subdivisions (SD) Strategie. Links: Berechnungsgitter und SubGrid, Interpolation. Rechts: Subgridskalige Bathymetrie. Aus Anlage 1, modifiziert.	12
Bild 9:	Terrassierte Topografie (TT) Strategie. Links: Berechnungsgitter und Hilfsgitter für SubGrid, Interpolation. Rechts: Subgridskalige Bathymetrie. Aus Anlage 1, modifiziert.	12
Bild 10:	Quasi-eindimensionale Diskretisierung eines Nebenflusses mit nur einem (Berechnungs-) Polygon über den Querschnitt und SD-Strategie. Links: Berechnungsgitter mit subgridskaliger Bathymetrie. Rechts: perspektivische Darstellung der subgridskaligen Bathymetrie. Aus Anlage 1, modifiziert.	13
Bild 11:	U-Kanal. Bathymetrie und Randbedingungen.	14
Bild 12:	U-Kanal, Ausschnitt (siehe Bild 11). Gitternetze, Bathymetrie. Die Auflösung des Berechnungsgitters über den Querschnitt wird jeweils durch eine Reihe Berechnungszellen visualisiert.	14

- Bild 13: Elbe Ästuar, Ausschnitt bei Bielenberg (Elbe km 670). Links: Unstrukturiertes „klassisches“ Gitternetz. Rechts: Strukturiertes Gitternetz ( $\Delta x = 400$  m) mit Bathymetrie im SubGrid (SD-Strategie;  $\Delta x^{SG} \approx 25$  m). 16
- Bild 14: Elbe Ästuar, Ausschnitt bei Bielenberg (Elbe km 670). Links: Unstrukturiertes „klassisches“ Gitternetz. Rechts: Strukturiertes Gitternetz ( $\Delta x = 50$  m) mit Bathymetrie im SubGrid (SD-Strategie;  $\Delta x^{SG} \approx 25$  m). Hervorhebung einer Berechnungszelle der größten Gittervariante (Bild 13, rechts). 16
- Bild 15: Elbe Ästuar, Ausschnitt bei Bielenberg (Elbe km 670). Links: Unstrukturiertes „klassisches“ Gitternetz. Rechts: Grobes, unstrukturiertes Gitternetz mit Bathymetrie im SubGrid (SD-Strategie;  $\Delta x^{SG} \approx 16$  m). Die subgridskalige Bathymetrie wird etwas feiner als in dem vergleichbaren strukturierten Gitter wiedergegeben (Bild 13; dort ist  $\Delta x^{SG} \approx 25$  m). Ins Auge fällt ferner die Orientierung des groben Berechnungsgitters an den topografischen Strukturen und damit auch an der vorherrschenden mittleren Strömung. 17
- Bild 16: Elbe Ästuar, Ausschnitt bei Bielenberg (Elbe km 670). Links: Unstrukturiertes „klassisches“ Gitternetz. Rechts: Feines, unstrukturiertes Gitternetz mit Bathymetrie im SubGrid (SD-Strategie;  $\Delta x^{SG} \approx 16$  m). Hervorhebung einer Berechnungszelle der größten Gittervariante (Bild 15, rechts). Man beachte ferner die Unterschiede zu dem feinsten strukturierten Gitter in Bild 14. 17
- Bild 17: Elbe Ästuar, Ausschnitt bei Bielenberg (Elbe km 670). Links: Details der Bathymetrie der Fahrrinne im *Ist-Zustand* für das größte unstrukturierte Gitter mit SubGrid ( $\Delta x^{SG} \approx 16$  m). Rechts: Zustand mit *vertiefter Fahrrinne* im SubGrid. 18
- Bild 18: Ems Ästuar, Ausschnitt bei Gandersum (Ems km 32). Links: Unstrukturiertes „klassisches“ Gitternetz. Das Fahrwasser wird in Querrichtung mit 4 Berechnungszellen aufgelöst. Rechts: Grobes, unstrukturiertes Gitternetz mit Bathymetrie im SubGrid (SD-Strategie;  $\Delta x^{SG} \approx 7$  m). Das Fahrwasser wird in Querrichtung mit nur einer Berechnungszelle aufgelöst. Das grobe Berechnungsgitter orientiert sich an den topografischen Strukturen und damit auch an der vorherrschenden mittleren Strömung. 19
- Bild 19: Ems Ästuar, Ausschnitt bei Gandersum (Ems km 32). Links: Unstrukturiertes „klassisches“ Gitternetz. Das Fahrwasser wird über die Breite mit 4 Berechnungszellen aufgelöst. Rechts: Feines, unstrukturiertes Gitternetz mit Bathymetrie im SubGrid (SD-Strategie;  $\Delta x^{SG} \approx 7$  m). Das Fahrwasser wird mit 8 Berechnungszellen aufgelöst. 20
- Bild 20: Ems Ästuar, Ausschnitt bei Gandersum (Ems km 32). Links: Grobes, unstrukturiertes Gitternetz mit Bathymetrie im SubGrid (SD-Strategie;  $\Delta x^{SG} \approx 7$  m). Rechts: Über die Rinnenbreite wird jede Zelle in *zwei* Zellen unterteilt. Die Auflösung im SubGrid verbessert sich quer zum Fahrwasserverlauf auf  $\Delta x^{SG} \approx 3,5$  m. 20
- Bild 21: Ems Ästuar, Ausschnitt bei Gandersum (Ems km 32). Links: Grobes, unstrukturiertes Gitternetz mit Bathymetrie im SubGrid (SD-Strategie;  $\Delta x^{SG} \approx 7$  m). Rechts: Über die Rinnenbreite wird jede Zelle in *drei* Zellen unterteilt. Die Auflösung im

- SubGrid verbessert sich quer zum Fahrwasserverlauf auf  $\Delta x^{SG} \approx 2,3$  m. Der Bereich der verfeinerten Zellen vergrößert sich im Vergleich zu Bild 20, um die Breitenunterschiede benachbarter Zellen „akzeptabel“ zu halten. 21
- Bild 22: Ems Ästuar, Ausschnitt bei Gandersum (Ems km 32). Links: Grobes, unstrukturiertes Gitternetz mit Bathymetrie im SubGrid (SD-Strategie;  $\Delta x^{SG} \approx 7$  m). Rechts: Über die Rinnenbreite wird jede Zelle in vier Zellen unterteilt. Die Auflösung im SubGrid verbessert sich quer zum Fahrwasserverlauf auf  $\Delta x^{SG} \approx 1,8$  m. Der Bereich der verfeinerten Zellen vergrößert sich im Vergleich zu Bild 21 nochmals. 21
- Bild 23: Ems Ästuar, Ausschnitt bei Nieuwe Statenzijl. Links: Unstrukturiertes „klassisches“ Gitternetz. Rechts: Grobes, unstrukturiertes, aber relativ homogenes Gitternetz mit Bathymetrie im SubGrid (SD-Strategie;  $\Delta x^{SG} \approx 5$  m). 22
- Bild 24: Wasserstand entlang U-Kanal (siehe Bild 11). Konstante Bodenrauheit für alle Subkanten. Ergebnisse für verschiedene Gittervarianten bei 2D tiefengemittelter Simulation: CG010m (schwarz), CG020m (rot), CG040m (grün), CG060m (blau) und CG120m (cyan). 24
- Bild 25: Berechnungsvorschrift für subgridskalige Strömungsgeschwindigkeiten. Links: Vertikalstruktur mit Definition der Variablen. Rechts: Berechnungsvorschrift und Eigenschaften der Korrektur. 24
- Bild 26: Wasserstand entlang U-Kanal (siehe Bild 11). Ergebnisse mit Korrektur der subgridskaligen Geschwindigkeiten. Man vergleiche mit Bild 24 ohne Korrektur. Ergebnisse für verschiedene Gittervarianten bei 2D tiefengemittelter Simulation: CG010m (schwarz), CG020m (rot), CG040m (grün), CG060m (blau) und CG120m (cyan). 25
- Bild 27: Wasserstand entlang U-Kanal (siehe Bild 11). Ergebnisse mit Korrektur der subgridskaligen Geschwindigkeiten. Ergebnisse für verschiedene Gittervarianten bei 3D tiefenstrukturierter Simulation: CG010m (schwarz), CG020m (rot), CG040m (grün), CG060m (blau) und CG120m (cyan). Man vergleiche mit den entsprechenden Ergebnissen der 2D Simulation (Bild 26). 25
- Bild 28: Wasserstand am Pegel Geesthacht für zwei aufeinander folgende synthetische Tiden. Tiefengemittelte 2D Simulation unter Vernachlässigung der Advektion. Oben: Wasserstand für das Referenzgitter sowie vier strukturierte Gitternetze mit  $\Delta x = 400$  m (CG400, siehe Bild 13 rechts),  $\Delta x = 200$  m (CG200),  $\Delta x = 100$  m (CG100),  $\Delta x = 50$  m (CG050, siehe Bild 14 rechts) mit Bathymetrie im SubGrid. Unten: Differenz der Ergebnisse für CG400, CG200, CG100 und CG050 zu dem Referenzgitter. 28
- Bild 29: Bathymetrie eines Wattgebietes der Elbe bei Cuxhaven. Identische Berechnungsgitter. Links: *Klassische* Bathymetrie (ein Tiefenwert je Berechnungspolygon/Berechnungskante mit jeweils mittlerer Tiefe). Rechts: Bathymetrie mit SubGrid mit 24 Subkanten je Berechnungskante und 576 Subpolygonen je Polygon ( $\Delta x^{SG} \approx 16$  m). 29

- Bild 30: Berechnete synoptische Wasserverteilung (Wasserspiegellage) für ein Wattgebiet in der Elbe bei Cuxhaven (Bathymetrie siehe Bild 29). Links: Ergebnisse für *klassische* Bathymetrie (ein Wert je Berechnungspolygon, ein Wert je Berechnungskante). Rechts: Ergebnisse für Bathymetrie mit SubGrid. 29
- Bild 31: Abweichung des für die *strukturierten* Gitternetze mit  $\Delta x = 400$  m (CG400, siehe Bild 13 rechts),  $\Delta x = 200$  m (CG200),  $\Delta x = 100$  m (CG100) sowie  $\Delta x = 50$  m (CG050, siehe Bild 14 rechts) berechneten Thb gegenüber dem Thb des Referenzgitters. Es wurde tiefenstrukturiert 3D und mit advektiven Termen gerechnet. Eine Abweichung von  $\Delta \text{Thb} = 0$  entspricht der Nulllinie. 30
- Bild 32: Abweichung des für die *unstrukturierten* Gitternetze mit  $\Delta x \approx 400$  m (UG400, siehe Bild 15 rechts),  $\Delta x \approx 200$  m (UG200),  $\Delta x \approx 100$  m (UG100) sowie  $\Delta x \approx 50$  m (UG050, siehe Bild 16 rechts) berechneten Thb gegenüber dem Thb des Referenzgitters. Es wurde tiefenstrukturiert 3D und mit advektiven Termen gerechnet. Eine Abweichung von  $\Delta \text{Thb} = 0$  entspricht der Nulllinie. 30
- Bild 33: Wasserstand am Pegel St. Pauli (Hamburg). Oben: Vergleich des gemessenen Wasserstands mit dem für das Referenzgitter mit *klassischer* Bathymetrie sowie das grobe unstrukturierte Gitter mit SubGrid (UG400, siehe Bild 15 rechts) berechneten Wasserständen. Ebenso für die tidegemittelten Wasserstände. Unten: Differenzen zwischen Simulation Messung. Ebenso für die tidegemittelten Wasserstände. 31
- Bild 34: Änderung des Thb ( $\Delta \text{Thb}$ ) für ein Längsprofil des Elbe Ästuars. Die Berechnungen wurden *tiefengemittelt* (2D), mit eingeschalteter Advektion (Impuls) und Bathymetrie im SubGrid durchgeführt. Dargestellt sind vier Prognosen für die Gitternetze  $\Delta x \approx 400$  m (UG400, siehe Bild 15 rechts),  $\Delta x \approx 200$  m (UG200),  $\Delta x \approx 100$  m (UG100) sowie  $\Delta x \approx 50$  m (UG050, siehe Bild 16 rechts). Mit eingezeichnet (horizontale graue Linie) ist das maximale  $\Delta \text{Thb}$ , das man bei Verwendung eines Modells mit *klassischer* Bathymetrie erhält. 31
- Bild 35: Änderung des Thb ( $\Delta \text{Thb}$ ) für ein Längsprofil des Elbe Ästuars. Die Berechnungen wurden *tiefenstrukturiert* (3D), mit eingeschalteter Advektion (Impuls) und Bathymetrie im SubGrid durchgeführt. Dargestellt sind vier Prognosen für die Gitternetze  $\Delta x \approx 400$  m (UG400, siehe Bild 15 rechts),  $\Delta x \approx 200$  m (UG200),  $\Delta x \approx 100$  m (UG100) sowie  $\Delta x \approx 50$  m (UG050, siehe Bild 16 rechts). Mit eingezeichnet (horizontale graue Linie) ist das maximale  $\Delta \text{Thb}$ , das man bei Verwendung eines Modells mit *klassischer* Bathymetrie erhält. 32
- Bild 36: Vergleich der berechneten Wasserstände am Pegel *Nieuwe Statenzijl*. Ergebnis (Grün) für Modell mit *klassischer* Bathymetrie (Bild 23, links). Ergebnis (Schwarz) für Modell mit Bathymetrie im SubGrid (Bild 23, rechts). 33
- Bild 37: Wasserstand am Pegel Papenburg für vier aufeinander folgende synthetische Tiden. Tiefenstrukturierte 3D Simulation mit Berücksichtigung der Advektion. Ergebnisse für vier unstrukturierte Gitternetze mit Bathymetrie im SubGrid. Teilweise

Gitterverfeinerung quer zur Fahrrinne. Ergebnisse für  $\Delta x = 400$  m (UG400, siehe Bild 20 links), Verfeinerungsstufe 1 (UG400\_F2, siehe Bild 20 rechts), Verfeinerungsstufe 2 (UG400\_F3, siehe Bild 21 rechts), Verfeinerungsstufe 3 (UG400\_F4, siehe Bild 22 rechts).

33

## Anlagenverzeichnis

Man beachte die in EWISA zu diesem FuE-Projekt unter „Veröffentlichungen“ und „Vorträge“ abgelegten Dokumente. Diese wurden diesem Abschlussbericht nicht als Anlage beigelegt, da sie jedem Mitarbeiter der BAW über EWISA frei zugänglich sind.

Titel aller in EWISA abgelegten Veröffentlichungen:

1. *Semi-implicit subgrid modelling of three-dimensional free-surface flows;*
2. *A high-resolution wetting and drying algorithm for free-surface hydrodynamics.*

Titel aller in EWISA abgelegten Vorträge:

1. *An Overview of the 3D Numerical Method within UnTRIM;*
2. *UnTRIM Summer SubGrid Days (Welcome Address);*
3. *UnTRIM<sup>2</sup> User Interface Description Document;*
4. *UnTRIM at BAW Hamburg - Current status and future perspectives;*
5. *An Overview of the 3D Numerical Method within UnTRIM<sup>2</sup>;*
6. *UnTRIM<sup>2</sup> (sub grid) at BAW Hamburg - research objectives, results, future perspectives;*
7. *Gittergenerierung für UnTRIM<sup>2</sup>;*
8. *Neue Möglichkeiten in der Ästuarmodellierung - SubGrid-Technologie;*
9. *Further Experiences using Sub Grid Technology.*



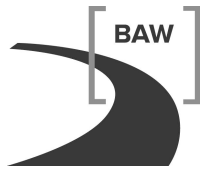
## Abkürzungen

Abkürzung	Bedeutung
BAW	Bundesanstalt für Wasserbau
BAW DH	Bundesanstalt für Wasserbau – Dienststelle Hamburg
BAWiki	Methoden-Wiki der BAW
EWISA	Elektronisches Wissensarchiv der BAW
JaNET	Software zur Erzeugung von Gitternetzen der Fa. smile consult GmbH
NHN	Normalhöhennull
ProgHome	Wasserbauliche Programmbibliothek der BAW DH
SD	Subdivisions Strategie zur Erzeugung des SubGrid
SG	SubGrid
SGT	SubGrid-Technologie
Thb	Tidehub
Thw	Tidehochwasser
Tnw	Tideniedrigwasser
TT	Terrassierte Topografie Strategie zur Erzeugung des SubGrid
UnTRIM	Mathematisches Verfahren (RANSE), ohne SubGrid
UnTRIM <sup>2</sup>	Mathematisches Verfahren (RANSE), mit Bathymetrie im SubGrid
2D	tiefengemitteltes Modell (eine z-Schicht)
3D	tiefenstrukturiertes Modell (mehrere z-Schichten)

## Formelzeichen

Symbol	Einheit	Bedeutung
$h$	m	Tiefe (Bathymetrie)
$h_{max}$	m	maximale Tiefe (Bathymetrie)
$h_{min}$	m	minimale Tiefe (Bathymetrie)
$h_{mit}$	m	mittlere Tiefe (Bathymetrie)
$i$	–	Nummer eines Polygons
$j$	–	Nummer einer Kante
$n$	–	Nummer eines Zeitschritts
$p$	–	Porosität
$p$	–	Exponent in Korrekturfunktion
$p$	m <sup>2</sup>	wasserbedeckte Polygonfläche
$s$	–	Parameter
$u$	m/s	Strömungsgeschwindigkeit
$x$	–	x-Koordinate
$y$	–	y-Koordinate
$z$	–	z-Koordinate
$A$	m <sup>2</sup>	wasserdurchströmte Fläche
$N_p$	–	Anzahl der Berechnungspolygone
$H$	m	Wassertiefe
$\overline{H}$	m	mittlere Wassertiefe
$P$	m <sup>2</sup>	maximale Fläche eines Polygons
$V$	m <sup>3</sup>	Wasservolumen

Symbol	Einheit	Bedeutung
$\delta$	m	Abstand/Strecke zwischen Polygonzentren
$\eta$	m	Wasserstand
$\lambda$	m	Länge einer Berechnungskante
$\Delta x$	m	Gitterweite im Berechnungsgitter
$\Delta x^{SG}$	m	Gitterweite im SubGrid
$\Delta A$	m <sup>2</sup>	Flächendifferenz
$\Delta Thb$	m	Tidehubdifferenz
$\Delta \eta$	m	Wasserstands-differenz
$\Omega$	m <sup>2</sup>	Modellgebiet (Fläche)



## **1 Einführung**

### **1.1 Ingenieurwissenschaftliche Fragestellung und Stand des Wissens**

In mathematischen Verfahren, wie z. B. UnTRIM, wird die Genauigkeit, mit der die Topografie eines Modellgebietes dargestellt werden kann, i. W. durch die Auflösung des Gitternetzes bestimmt: je feiner ein Gebiet diskretisiert wird, um so genauer kann die natürliche Topografie in dem ortsspezifischen Modell wiedergegeben werden. Die Diskretisierung bestimmt damit auch die Genauigkeit, mit der z. B. das Tidevolumen zwischen Tidehoch- und Tideniedrigwasser von dem Modell wiedergegeben werden kann. Anders ausgedrückt: Die Genauigkeit, mit der das zu jedem Zeitpunkt in einem Tidegewässer befindliche Wasservolumen wiedergegeben werden kann, hängt entscheidend von der gewählten Gitternetzauflösung ab. Allerdings wächst der Berechnungsaufwand näherungsweise kubisch mit steigender Gitternetzauflösung an: Halbiert man die Gitterweite (doppelte Auflösung), so steigt der Aufwand für die Berechnung um ca. den Faktor 8 an (vierfache Datenmenge, halber Zeitschritt).

Die Verwendung topografischer Informationen auf der Subgrid-Skala - also unterhalb der „klassischen“ Gitternetzauflösung liegend - auf der das Gleichungssystem gelöst wird) verspricht eine von der „klassischen“ Auflösung unabhängige Wiedergabe der Topografie. Die Genauigkeit hängt dann nur noch von der Messgenauigkeit und der räumlichen Dichte der benutzten Tiefendaten ab.

### **1.2 Bedeutung für die WSV**

Eine möglichst „exakte“ Wiedergabe der natürlichen Tiefenverteilung in einem ortsspezifischen numerischen Modell verbessert dessen Naturähnlichkeit, da für jede Position der Wasseroberfläche das in dem System befindliche Wasservolumen ebenfalls „exakt“ wiedergegeben werden kann. Dies ist entscheidend für eine naturähnliche Wiedergabe der Systemdynamik. Dauer von Tidenstieg und Tidefall, Asymmetrie der Tidekurve, Flut- oder Ebbestromdominanz sowie Überflutung und Trockenfallen von Wattgebieten hängen davon wesentlich ab.

Eine präzise Simulation der vorgenannten Phänomene ist die entscheidende Voraussetzung für eine erfolgreiche Berechnung der Transporte von Salz, Wärme und Sedimenten. Die Verwendung subgridskaliger Informationen kann daher die Qualität diesbezüglicher Prognoserechnungen für Fragen des Ausbaus- sowie der laufenden Unterhaltung von

Seeschiffahrtsstraßen weiter verbessern helfen, ohne den hierfür notwendigen CPU-Aufwand in ökonomisch nicht vertretbarer Weise ansteigen zu lassen.

### 1.3 Motivation

Computermodelle basieren auf dynamischen Gleichungen, welche die bekannten Naturgesetze des für uns relevanten Systems beschreiben. Diese Gleichungen können i. d. R. nur numerisch gelöst werden. Hierfür ist eine Diskretisierung von Raum und Zeit erforderlich. Auch die Bathymetrie kann nur diskret wiedergegeben werden.

In Bild 1 wird die reale Topografie einer diskreten Modell-Topografie (Grundauflösung 1X), gegenübergestellt. Die Tiefe einer Gitterzelle entspricht in diesem Fall der mittleren Tiefe im Gebiet der Gitterzelle. Offensichtlich können nicht alle Details von dem Modell wiedergegeben werden. Die Anzahl der Daten sowie der CPU-Aufwand betrage für dieses Gitter 1 (normiert).

Ist die gewählte Diskretisierung (Gitterweite, Zeitschritt) für die zu bearbeitende Fragestellung unzureichend, so muss zu einer höheren Auflösung in Raum (kleinere Gitterweite) und zumeist auch in der Zeit (kürzerer Zeitschritt) übergegangen werden. In Bild 2 wurde jede Kante des Berechnungsgitters in 8 Kanten unterteilt. Jedes Polygon wurde in 64 Polygone zerlegt. Die „Naturähnlichkeit“ wurde damit deutlich verbessert. Der Zeitschritt muss dabei zumeist auf 1/8 seines ursprünglichen Wertes verkleinert werden. Dies hat folgenden Preis:

1. Berechnungspunkte und Datenmenge steigen auf das 64-fache.
2. Der CPU-Aufwand wächst um das 512-fache an.
3. Und: Auch dann gibt es immer noch eine (natürliche) Variation der Tiefe unterhalb der Gitternetzauflösung.

Die Festplatte des Computers wird sich rascher füllen. Statt beispielsweise einen Tag muss jetzt 1,5 Jahre auf das Ergebnis der Berechnung gewartet werden.

In den zurück liegenden Jahren wurde das mathematische Verfahren UnTRIM durch Herrn Prof. Casulli in erheblichem Umfang weiter entwickelt. Ziel der Weiterentwicklung war, die Bathymetrie unabhängig von der Auflösung des Gitters wiedergeben zu können, *ohne* einen sehr hohen Preis in Form von CPU-Aufwand und Plattenplatzbedarf zahlen zu müssen (Bild 3). Die hierfür entwickelte Methode wird als SubGrid-Technologie (SGT) bezeichnet. SGT steht in dem (neuen) mathematischen Verfahren UnTRIM<sup>2</sup> zur Verfügung. SGT eröffnet folgende Optionen:

1. Verringerter CPU-Zeitbedarf und kleinere Datenmenge durch Reduktion der Auflösung des Berechnungsgitters bei hoher Auflösung der Topografie im SubGrid (SG).

2. Erhöhte Genauigkeit bei gleicher Auflösung des Berechnungsgitters und hoher Auflösung der Topografie im SG zu moderaten Kosten (CPU, Datenmenge). Insbesondere im Vergleich zu einer äquivalenten „klassischen“ Verfeinerung des Gitters.

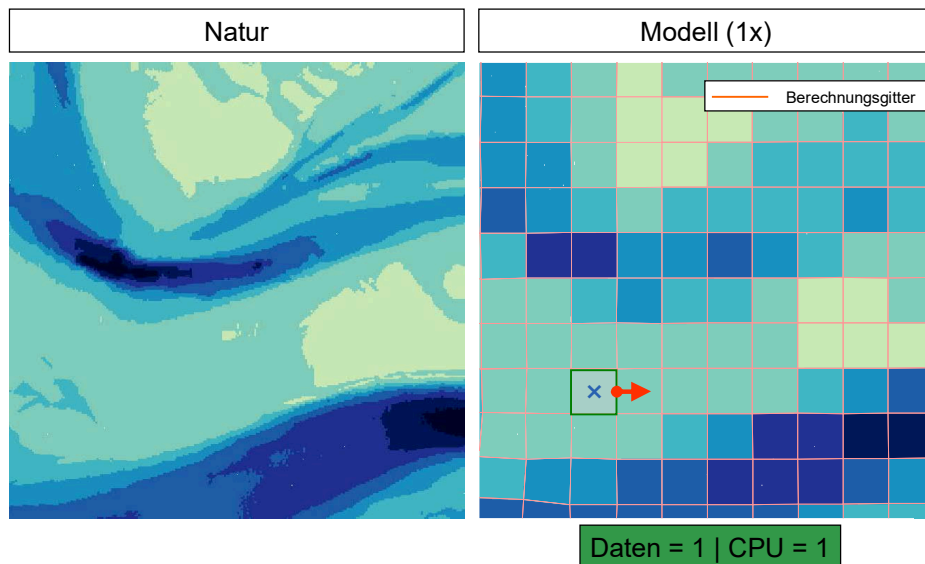


Bild 1: Natürliche Topografie (links), „klassische“ Modelltopografie (rechts) in der (normierten) Grundauflösung 1X. Der normierte Aufwand für CPU und Daten beträgt in diesem Fall ebenfalls 1.

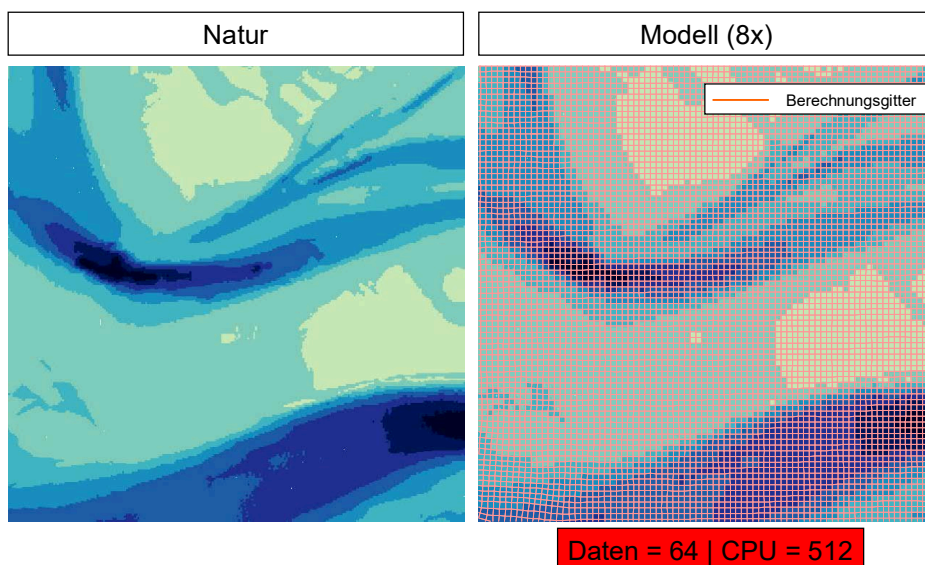


Bild 2: Natürliche Topografie (links), „klassische“ Modelltopografie (rechts) in der Verfeinerungsstufe 8X. Der normierte Aufwand beläuft sich in diesem Fall auf 64 (Daten) und 512 (CPU).

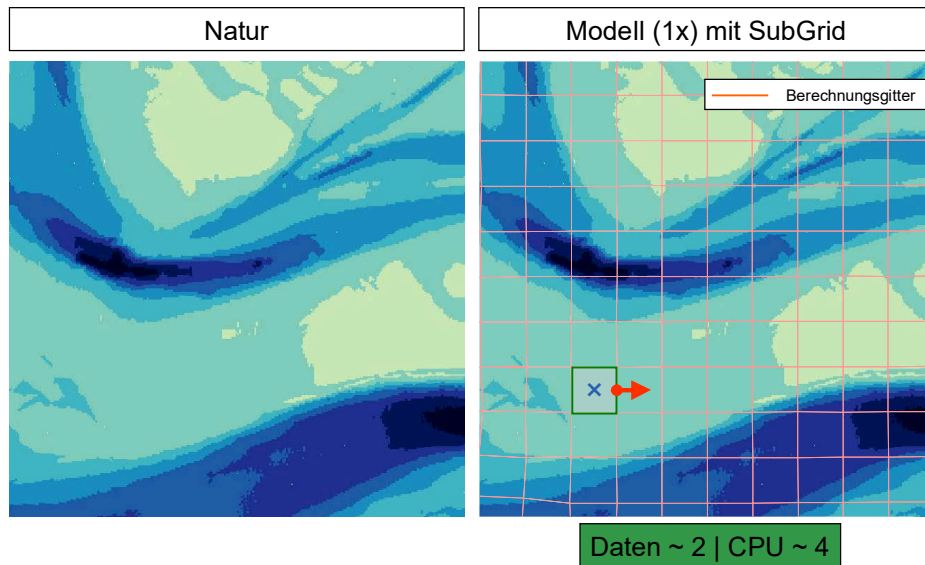


Bild 3: Natürliche Topografie (links), Modelltopografie mit SubGrid (rechts). Die Auflösung des Berechnungsgitters entspricht der Grundauflösung 1X (Bild 1). Normierte Datenmenge und normierter CPU-Zeitbedarf steigen moderat an.

## 2 Grundlagen

### 2.1 SubGrid-Technologie (SGT)

In diesem Projekt wird das mathematische Verfahren  $\text{UnTRIM}^2$  benutzt.  $\text{UnTRIM}^2$  löst die grundlegenden Gleichungen für Impuls- und Massenerhaltung auf einem *unstrukturierten orthogonalen Gitter* (siehe Bild 4). Das Modellgebiet  $\Omega$  wird dabei von  $N_p$  nicht überlappenden, konvexen Polygonen überdeckt. Jede Seite  $\mathcal{A}_j$  eines Polygons ist dabei entweder ein Teil des Modellrandes oder Kante eines unmittelbar benachbarten Polygons. Innerhalb eines jeden Polygons wird ein Zentrum in der Weise festgelegt, dass alle Strecken  $\delta_j$ , welche die Zentren benachbarter Polygone miteinander verbinden, die dazwischen liegende Kante senkrecht schneiden.

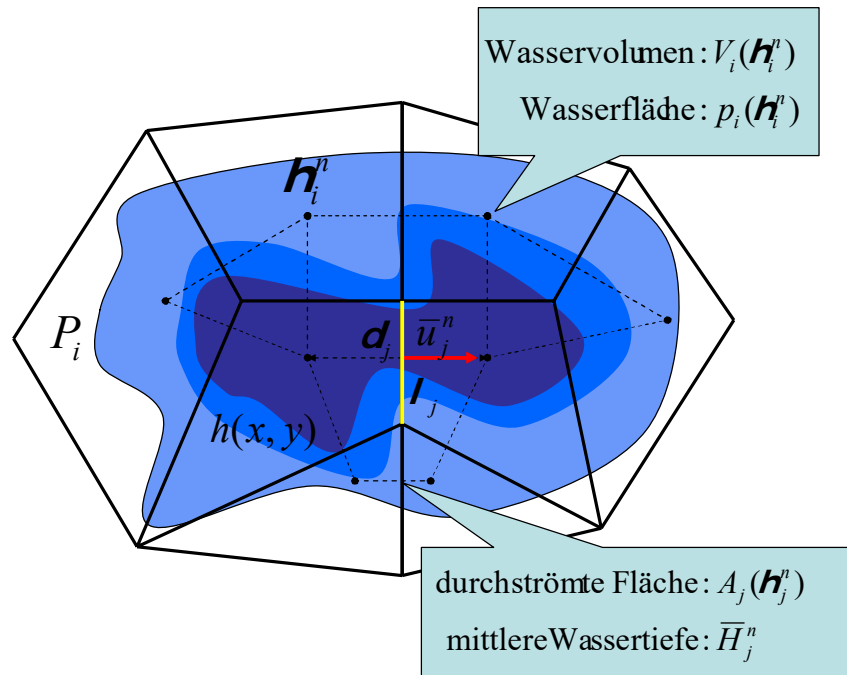


Bild 4: Unstrukturiertes orthogonales Gitter mit subgridskaliger Bathymetrie. Definition verschiedener Größen.

Beim Überfluten und Trockenfallen ist die Verwendung eines festen unstrukturierten Gitters für die präzise Approximation des Randes (Land-Wasser Grenze) nicht ausreichend, da sich der Rand selbst bewegt und *a priori* unbekannt ist. Dieser Mangel kann für eine beliebige Bathymetrie  $h(x,y)$  überwunden werden (siehe Bild 4). Hierfür wird unterhalb der Auflösung des Berechnungsgitters die (Hilfs-) Porositätsfunktion  $p(x,y,z)$  durch

$$p(x,y,z) = \begin{cases} 1 & \text{falls } h(x,y) + z > 0, \\ 0 & \text{anderenfalls} \end{cases} \quad (x,y) \in \Omega, \quad -\infty < z < \infty \quad (1)$$

definiert, deren horizontales Integral für  $z=\eta_i^n$  für jedes Polygon  $i$  gegeben ist durch

$$p_i(\mathbf{h}_i^n) = \int_{\Omega} p(x,y,\mathbf{h}_i^n) dx dy \quad (2)$$

und der wasserbedeckten Fläche  $p_i$  des  $i$ -ten Polygons bei dem Wasserstand  $\eta_i^n$  entspricht. Wegen Beziehung (1) ist  $p_i(\eta_i^n)$  nicht negativ, monoton zunehmend und begrenzt. Insbesondere gilt  $0 \leq p_i(\eta_i^n) \leq P_i$ , d. h. die Wasserfläche ist immer kleiner oder gleich der Fläche des Polygons  $P_i$ .



Für jeden Ort im  $i$ -ten Polygon ist die Wassertiefe  $H$  gegeben durch

$H(x, y, \eta_i^n) = \int_{-\infty}^{\eta_i^n} p(x, y, z) dz = \max[0, h(x, y) + \eta_i^n]$	(3)
---------------------------------------------------------------------------------------------	-----

mit  $H(x, y, \eta_i^n) \geq 0$ , wobei für einen feuchten Punkt die strenge Ungleichheit gilt. Daher kann die wasserbedeckte Fläche eines Polygons auch mittels

$W = \{(x, y) \in W : H(x, y, \eta_i^n) > 0\}$	(4)
------------------------------------------------	-----

ausgedrückt werden.

Das in dem  $i$ -ten Polygon befindliche Wasservolumen  $V_i$  kann entweder als horizontales Integral der Wassertiefe  $H$  oder als vertikales Integral der wasserbedeckten Fläche  $p$  gemäß

$V_i(\eta_i^n) = \int_{-\infty}^{\eta_i^n} p_i(z) dz = \int_W H(x, y, \eta_i^n) dx dy$	(5)
----------------------------------------------------------------------------------------	-----

berechnet werden.

Außerdem, da  $p_i(z)$  nicht negativ und ferner monoton zunehmend ist, gilt für das Wasservolumen  $V_i(\eta_i^n) \geq 0$ , wobei für strenge Ungleichheit  $p_i(\eta_i^n) > 0$  erfüllt sein muss.

Seien  $x(s)$  und  $y(s)$  die parametrischen Koordinaten eines Punktes entlang der  $j$ -ten Kante des Gitters, welche die beiden Endpunkte  $s_j^1$  und  $s_j^2$  miteinander verbindet. Dann gilt für einen als konstant angenommenen Wasserstand  $\eta_j^n$  entlang der  $j$ -ten Kante für die vom Wasser durchströmte Fläche  $A$

$A_j(\eta_j^n) = \int_{s_j^1}^{s_j^2} H(x(s), y(s), \eta_j^n) ds$	(6)
-------------------------------------------------------------------	-----

Im Vergleich zu den klassischen Methoden, die nicht auf dem soeben beschriebenen Modell beruhen, bestehen in Gegenwart von Trockenfallen und Überfluten einige gravierende Unterschiede, die im Folgenden kurz angesprochen werden sollen. So folgt aus den Relationen (3) und (5)

$V_i(\eta_i^n) = \oint_{\Omega} \max[0, h(x, y) + \eta_i^n] dx dy \geq \oint_{\Omega} h(x, y) + \eta_i^n dx dy = P_i(h_i + \eta_i^n) \quad (7)$	(7)
-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	-----

Die strenge Ungleichheit  $V_i(\eta_i^n) > P_i(h_i + \eta_i^n)$  gilt für den Zustand teilweiser Überflutung. In dieser Phase ist bei Berücksichtigung der subgridskaligen Bathymetrie das Wasservolumen daher stets größer oder gleich wie bei der „klassischen“ Vorgehensweise, ohne subgridskalige Bathymetrie.

Verwendet man hingegen die Relationen (3) und (6) so folgt

$H_j(\eta_j^n) = \frac{1}{l_j} \oint_{s_j^1}^{s_j^2} \max[0, h(x(s), y(s) + \eta_j^n)] ds \geq \frac{1}{l_j} \oint_{s_j^1}^{s_j^2} h(x(s), y(s) + \eta_j^n) ds = \bar{H}_j^n \quad (8)$	(8)
-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	-----

Auch hier gilt für den Zustand teilweiser Überflutung wieder die strikte Ungleichheit  $H_j(\eta_j^n) > \bar{H}_j^n$ . Damit ist die (mittlere) Wassertiefe bei Berücksichtigung der subgridskaligen Bathymetrie immer größer oder gleich wie bei der „klassischen“ Diskretisierung. Dies hat für die Simulation der Tidewelle folgende Konsequenzen:

1. Die Fortschrittsgeschwindigkeit ist stets *größer* oder gleich wie die „klassisch“ ermittelte Geschwindigkeit.
2. Die Energiedissipation ist stets *kleiner* oder gleich wie die „klassisch“ ermittelte Dissipation.

Für die Tidedynamik bedeutet dies:

1. Die Tidewelle schreitet rascher fort, d. h. sowohl das Tideniedrigwasser (Tnw) als auch das Tidehochwasser (Thw) werden tendenziell früher als bei einer „klassischen“ Modelldiskretisierung eintreten.
2. Aus der reduzierten Energiedissipation resultiert ein größerer Tidehub (Thb).

Der vorstehend formal beschriebene Sachverhalt soll nachfolgend anhand verschiedener Darstellungen weiter veranschaulicht werden.

Betrachten wir hierzu für einen Querschnitt mit variabler Bathymetrie (Bild 5) die Veränderungen der durchströmten Fläche  $\Delta A$  bei einer Wasserstandsänderung  $\Delta\eta$  in Abhängigkeit von dem Wasserstand  $\eta$ .

Beginnen wir mit einer Situation mit niedrigem Wasserstand. In dieser Phase ist der gezeigte Querschnitt nur teilweise von Wasser bedeckt. Hier gilt, dass bei höherem Wasserstand  $\eta$  die Änderung der durchströmten Querschnittsfläche  $\Delta A$  bei einem Anstieg des Wasserstands um  $\Delta\eta$  größer als bei niedrigen Wasserständen ist –  $\Delta A_2 > \Delta A_1$  in Bild 5. Diese Phase der Überflutung wird daher auch als *nichtlinearer Bereich* bezeichnet.

Bei hohen Wasserständen, bei denen der gesamte Querschnitt wasserbedeckt ist, ist die Änderung der durchströmten Fläche  $\Delta A$  bei einem Anstieg des Wasserstands um  $\Delta\eta$  nicht mehr von dem Wasserstand  $\eta$  abhängig –  $\Delta A_4 = \Delta A_3$  in Bild 5. Diese Phase wird daher auch als *linearer Bereich* bezeichnet.

Betrachten wir jetzt, wie die in Bild 5 gezeigte Situation von einem mehrdimensionalen „klassischen“ Modell wiedergegeben wird. Hierfür ist eine Diskretisierung der Bathymetrie des Querschnitts erforderlich. Bild 6 zeigt eine Situation, in welcher der gesamte Querschnitt nur mit Hilfe eines Wertes – der mittleren Wassertiefe  $h_{mit}$  – beschrieben wird.

Bei Wasserständen, die unterhalb der mittleren Tiefe  $h_{mit}$  liegen – Bereich [1] in Bild 5 und Bild 6 –, kann das diskrete Modell die real vorhandene Überflutung nicht wiedergeben, da in dieser Situation das gesamte Element noch frei von Wasser (trocken) ist. Bei weiter steigendem Wasserstand – Bereich [2] – tritt nun auch in dem diskreten Modell eine Überflutung ein, wobei sofort das gesamte Element wasserbedeckt ist. Die real vorhandene teilweise Überflutung kann nicht wiedergegeben werden. Daher ist in dem Modell die mit einer Wasserstandsänderung  $\Delta\eta$  verbundene Änderung  $\Delta A$  der durchströmten Fläche stets größer als in der realen Situation (Bild 5). Oder anders ausgedrückt: in dieser Phase benötigt das Modell für einen Anstieg des Wasserstands um  $\Delta\eta$  eine größere Wassermenge als real erforderlich wäre.

Erst bei Wasserständen oberhalb von  $h_{min}$  entspricht das Modellverhalten wieder der Realität – Bereich [3] in Bild 5 und Bild 6.

Die Defizite der „klassischen“ Diskretisierung sind:

1. Die Überflutung setzt später als in der Realität ein - Bereich [1].
2. Die mittlere Wassertiefe wird systematisch unterschätzt - Bereich [2].

Betrachten wir abschließend, wie die in Bild 5 gezeigte Situation von einem mehrdimensionalen Modell mit *subgridskaliger* Bathymetrie sehr gut wiedergegeben wird (Bild 7). Sowohl in dem *nichtlinearen* als auch in dem *linearen* Bereich kommt die mit einer Wasserstandsänderung  $\Delta\eta$  verbundene Flächenänderung  $\Delta A$  in dem subgridskaligen Modell der Realität sehr nahe (Bild 5).

Damit ergeben sich gegenüber dem *klassischen* Modell folgende Vorteile:

1. Die Überflutung setzt gleichzeitig wie in der Realität ein - Bereich [1].
2. Die mittlere Wassertiefe entspricht der real vorhandenen Tiefe - Bereich [2].

Diese Vorteile sind eine Konsequenz der in den mathematischen Relationen (7) und (8) formulierten Ungleichheiten, die ihrerseits Ausdruck davon sind, die Bathymetrie unterhalb der Auflösung des Berechnungsgitters mit Hilfe der SGT wiedergeben zu können.

Für weitere grundlegende Informationen über UnTRIM<sup>2</sup> siehe [1] und [2] (Literatur).

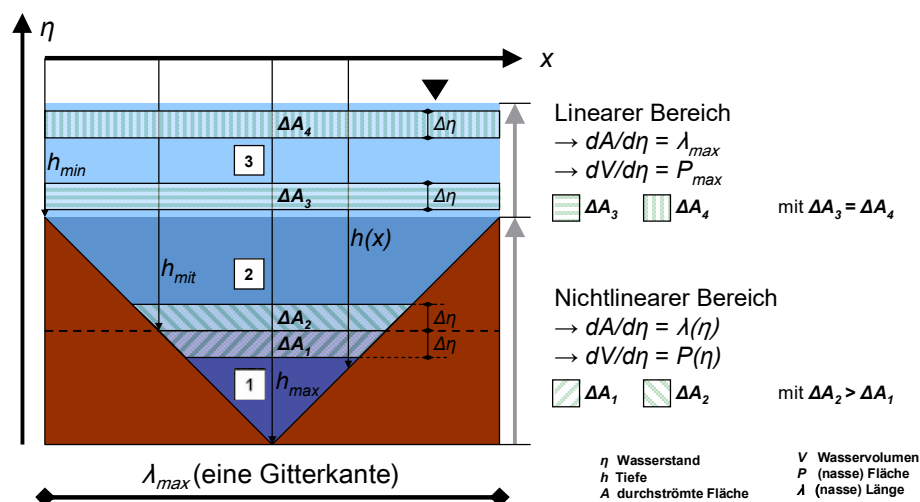


Bild 5: Abhängigkeit der Änderung der durchströmten Fläche  $\Delta A$  bei einer Wasserstandsänderung  $\Delta\eta$  von der Lage des Wasserstands  $\eta$  für einen Querschnitt mit variabler Bathymetrie. In den Bereichen [1] und [2] ist der Querschnitt teilweise, in dem Bereich [3] vollständig von Wasser bedeckt.

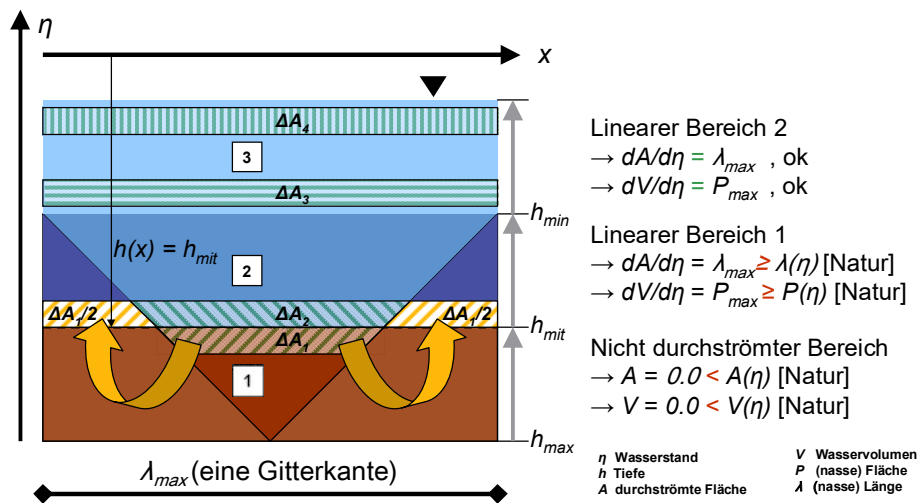


Bild 6: Modell mit *klassischer* Diskretisierung der Bathymetrie. Abhängigkeit der Änderung der durchströmten Fläche  $\Delta A$  bei einer Wasserstandsänderung  $\Delta \eta$  von der Lage des Wasserstands  $\eta$  für den in Bild 5 gezeigten Querschnitt. Man beachte, dass in dem Bereich [1] die real vorhandene Überflutung nicht wiedergegeben werden kann.

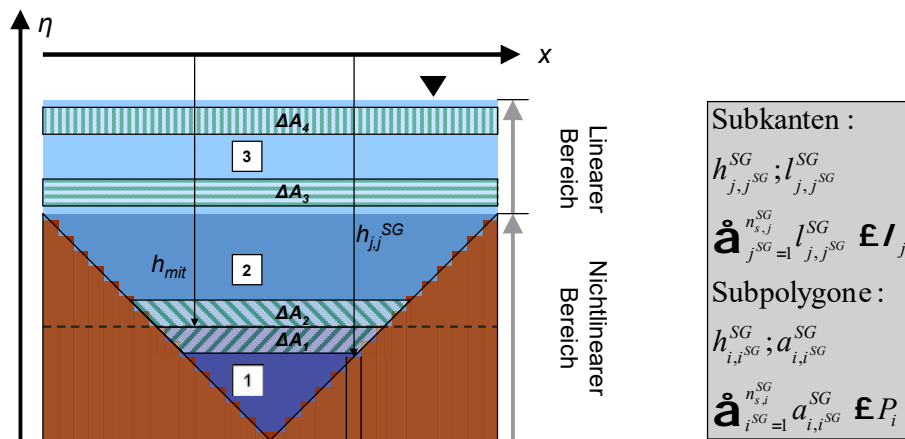


Bild 7: Modell mit subgridskaliger Diskretisierung der Bathymetrie. Die Abweichungen zu der realen Situation (Bild 5) sind im Vergleich zur „klassischen“ Diskretisierung (Bild 6) vernachlässigbar klein.

## 2.2 Mathematisches Verfahren UnTRIM<sup>2</sup>

UnTRIM<sup>2</sup> stellt eine Weiterentwicklung des Verfahrens UnTRIM dar. Mit UnTRIM<sup>2</sup> kann die Topografie des Modellgebietes unterhalb der Auflösung des Berechnungsgitters in dem Modell berücksichtigt werden.

Von Herrn Prof. Casulli wurden im Rahmen des Projektes die Quellen des Berechnungskerns sowie eine Bibliothek mit Schnittstellenmethoden zum Zugriff auf die Daten sowie zur Steuerung des Berechnungskerns übergeben. Die verfügbaren Schnittstellen wurden dokumentiert (siehe <1> unter „Benutzer-Schnittstellen-Beschreibung“). Im Anschluss daran wurde UnTRIM<sup>2</sup> in die Programmwelt *ProgHome* der BAW DH integriert. Eine Beschreibung in dem BAWiki wurde ergänzt (siehe <2>). Damit kann UnTRIM<sup>2</sup> in gleicher Weise wie das „klassische“ UnTRIM-Verfahren von allen Mitarbeitern der BAW benutzt werden

## 2.3 Gitternetzgenerierung

Im Rahmen des Projektes wurde die Firma smile consult GmbH (Hannover) mit der Erweiterung des Netzgenerators JaNET zur Berücksichtigung subgridskaliger bathymetrischer Daten beauftragt.

Für jede (Berechnungs-) Kante des Gitters wird dabei eine bestimmte Anzahl von Sub-Kanten mit jeweils einem Längen- und einem Tiefenwert (Tiefenklassen der Sub-Kanten) erzeugt. Analog wird für jedes (Berechnungs-) Polygon des Gitters eine bestimmte Anzahl von Sub-Polygonen mit jeweils einem Flächen- und einem Tiefenwert (Tiefenklassen der Sub-Polygone) erzeugt. Die Anzahl der Tiefenklassen kann von Kante zu Kante, beziehungsweise von Polygon zu Polygon variieren.

Dabei wurden verschiedene Möglichkeiten der Netzgenerierung erstmals erprobt:

1. Subdivisions (SD) Strategie, mit gleichmäßiger Unterteilung aller Kanten und Polygone in Sub-Kanten und Sub-Polygone (Bild 8).
2. Terrassierte Topografie (TT) Strategie, mit ungleichmäßiger, an Tiefenniveaus ausgerichteter Erzeugung der Sub-Polygone und Sub-Kanten (Bild 9).
3. Diskretisierung von Nebenflüssen mit nur einem (Berechnungs-) Polygon über den Querschnitt und subgridskaliger Bathymetrie (Bild 10).

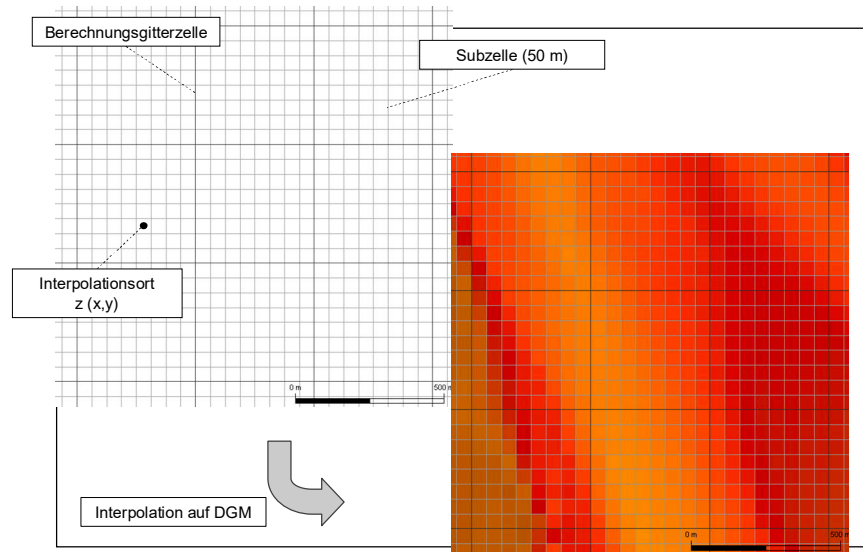


Bild 8: Subdivisions (SD) Strategie. Links: Berechnungsgitter und SubGrid, Interpolation. Rechts: Subgridskalige Bathymetrie. Aus C. Lippert (2010), „Gittergenerierung für UnTRIM<sup>2</sup>“, Seite 13, modifiziert – Quelle siehe EWISA.

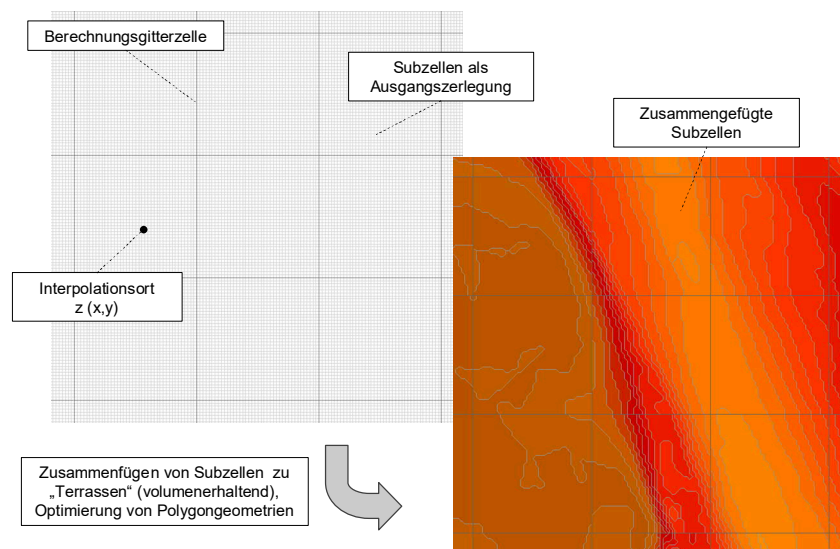


Bild 9: Terrassierte Topografie (TT) Strategie. Links: Berechnungsgitter und Hilfsgitter für SubGrid, Interpolation. Rechts: Subgridskalige Bathymetrie. Aus C. Lippert (2010), „Gittergenerierung für UnTRIM<sup>2</sup>“, Seite 19, modifiziert – Quelle siehe EWISA.

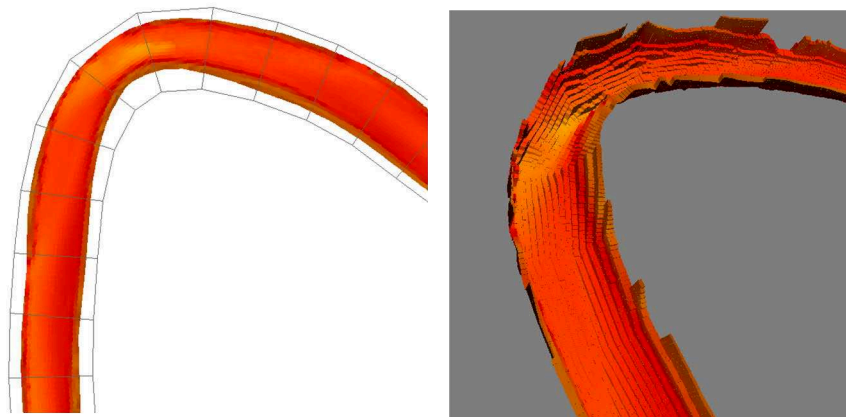


Bild 10: Quasi-eindimensionale Diskretisierung eines Nebenflusses mit nur einem (Berechnungs-) Polygon über den Querschnitt und SD-Strategie. Links: Berechnungsgitter mit subgridskaliger Bathymetrie. Rechts: perspektivische Darstellung der subgridskaligen Bathymetrie. Aus C. Lippert (2010), „Gittergenerierung für UnTRIM<sup>2</sup>“, Seiten 53-54, modifiziert – Quelle siehe EWISA.

## 2.4 U-Kanal

An dem Prinzipbeispiel „U-Kanal“ wurden erste Erfahrungen bei Erzeugung und Simulation für Gitternetze mit subgridskaliger Topografie gesammelt. Bild 11 zeigt Abmessungen, Bathymetrie und Art der benutzten Randbedingungen.

Es wurden insgesamt fünf verschiedene Netze mit identischer Bathymetrie aber unterschiedlicher Auflösung des Berechnungsgitters erzeugt (Bild 12). Ausgehend von einem „klassischen“ Gitter (Variante CG010m) – darin sind die Auflösung des Berechnungsgitters und des SubGrid identisch – wurden vier weitere Gitternetze (CG020m, CG040m, CG060m, CG120m) mit identischer Bathymetrie (im SubGrid) bei abnehmender Auflösung des Berechnungsgitters erzeugt. Während in der „klassischen“ Variante CG010m der Querschnitt mit 12 Polygonen aufgelöst wird, wird dafür in der größten Variante CG120m nur ein Berechnungspolygon benutzt. Bei der Erzeugung des SubGrid wurde stets die SD-Strategie verwendet.

Für diese Gittervarianten wurde die Sensitivität der Simulationsergebnisse hinsichtlich der Auflösung des Berechnungsgitters bei ansonsten identischer Bathymetrie untersucht.



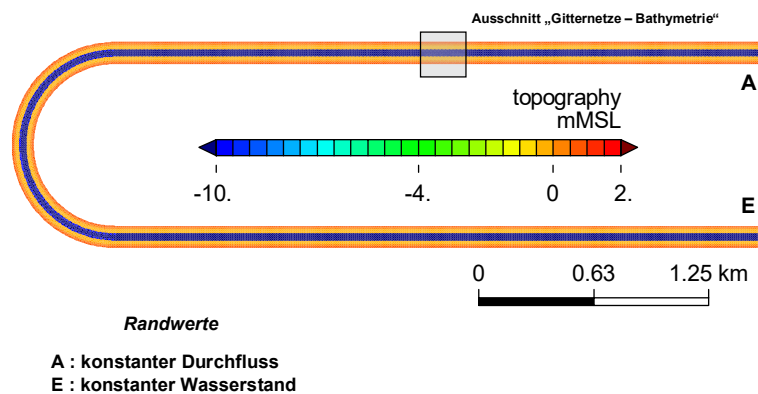


Bild 11: U-Kanal. Bathymetrie und Randbedingungen.

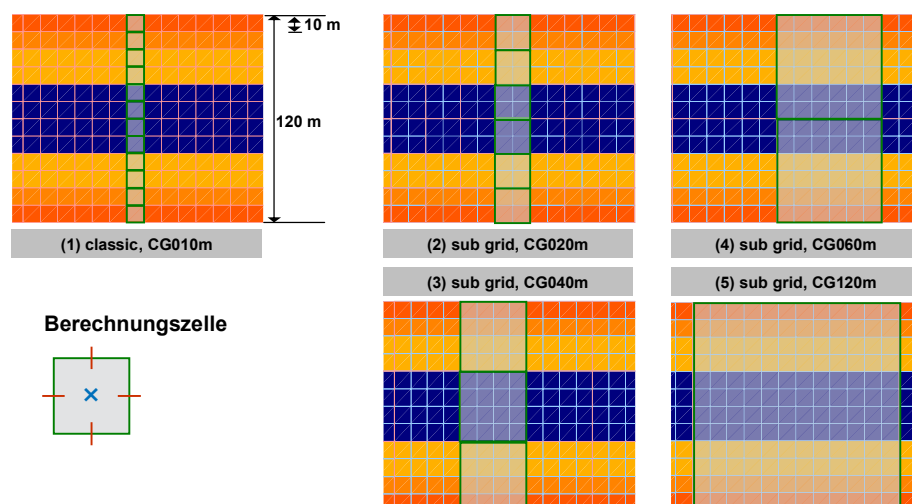


Bild 12: U-Kanal, Ausschnitt (siehe Bild 11). Gitternetze, Bathymetrie. Die Auflösung des Berechnungsgitters über den Querschnitt wird jeweils durch eine Reihe Berechnungszellen visualisiert.

## 2.5 Elbe Ästuar

Für das Beispiel „Elbe“ stand ein „klassisches“ unstrukturiertes Gitternetz mit der Bathymetrie des Jahres 2006 ohne subgridskalige Daten zur Verfügung. Dieses Gitternetz (siehe Bild 13, links) wird in laufenden WSV-Projekten eingesetzt und wird daher auch als *Referenzmodell* bezeichnet.

Zunächst wurde eine *erste Gitterserie*, bestehend aus vier strukturierten Netzen, mit jeweils konstanter Gitterweite ( $\Delta x = 400$  m, 200 m, 100 m und 50 m) erzeugt. Die Nebenflüsse der Elbe (Este, Ilmenau, Krückau, Lühe, Oste, Pinnau, Schwinge und Stör) wurden quasi-eindimensional (analog zu Bild 10) diskretisiert. Die Auflösung der Bathymetrie im SubGrid beträgt  $\Delta x^{SG} \approx 25$  m. Dies wird dadurch erreicht, dass in Abhängigkeit von der Auflösung  $\Delta x$  des Berechnungsgitters jedes (Berechnungs-) Polygon in 256, 64, 16 oder 4 Subpolygone, sowie jede (Berechnungs-) Kante in 16, 8, 4 oder 2 Subkanten unterteilt wird. Ein Vergleich des „klassischen“ Gitters mit dem gröbsten strukturierten Gitter ( $\Delta x = 400$  m) mit SubGrid zeigt Bild 13. In Bild 14 ist die Gegenüberstellung mit dem feinsten strukturierten Gitter ( $\Delta x = 50$  m) zu sehen. Die Bathymetrie ist auf SubGrid Niveau in allen Netzen der Gitterserie identisch.

Für eine *zweite Gitterserie* wurde, bei gleich bleibender Auflösung des strukturierten Berechnungsgitters, die Auflösung der Bathymetrie im SubGrid von  $\Delta x^{SG} \approx 25$  m auf  $\Delta x^{SG} \approx 10$  m gesteigert. D. h., in dieser Serie wird jedes Polygon in 1600, 400, 100 und 25 Subpolygone, und jede Kante in 40, 20, 10 und 5 Subkanten zerlegt.

Ferner wurde eine *dritte Gitterserie* erzeugt, die im Wesentlichen aus an der Strömung ausgerichteten Vierecken aufgebaut ist. Es handelt sich dabei um *unstrukturierte* Gitternetze. Im Mittel entspricht die Auflösung des Berechnungsgitters derjenigen der ersten Gitterserie. Auch hinsichtlich der Unterteilung in Subpolygone und Subkanten gibt es keine Unterschiede. Da es sich um *unstrukturierte* Netze handelt, ist die Auflösung der Bathymetrie im SubGrid nicht mehr konstant. Sie hängt jetzt von der Skala der darzustellenden bathymetrischen Strukturen ab. Im Bereich kleinräumiger Strukturen ist  $\Delta x^{SG}$  kleiner als in Gebieten mit großräumigen Strukturen. Bild 15 zeigt das gröbste und Bild 16 das feinste Gitter dieser Serie.

Schließlich wurde aus der dritten noch eine *vierte Gitterserie* abgeleitet. Hierbei wurde eine abschnittsweise unterschiedliche Vertiefung der Fahrrinne in der subgridskaligen Bathymetrie vorgenommen. Die Ausbautiefen sind über den Verlauf der Trasse gestaffelt. Sie reichen von -17,30 m NHN im Hamburger Hafen bis zu -19,00 m NHN seewärts von Cuxhaven bis Elbe km 748. Bild 17 zeigt einen Vergleich der Bathymetrie von *Ist-* und *Ausbauzustand*.

Mit Hilfe dieser Gitterserien sowie des „klassischen“ *Referenzgitters* können folgende Fragestellungen näher untersucht werden:

1. Allgemeine Eignung strukturierter Netze mit SubGrid für die Simulation der Tidedynamik von Ästuaren.
2. Differenzen in den Ergebnissen zwischen Gittern mit SubGrid und dem „klassischen“ *Referenzgitter*.

3. Sensitivität der Berechnungsergebnisse für den *Ist-Zustand* hinsichtlich der gewählten Auflösung des Berechnungsgitters.
4. Vergleich des CPU-Zeitbedarfs für Gitter mit SubGrid und dem *Referenzgitter*.
5. Abhängigkeit der prognostizierten ausbaubedingten Änderungen der Tidedynamik von der Auflösung des Berechnungsgitters.

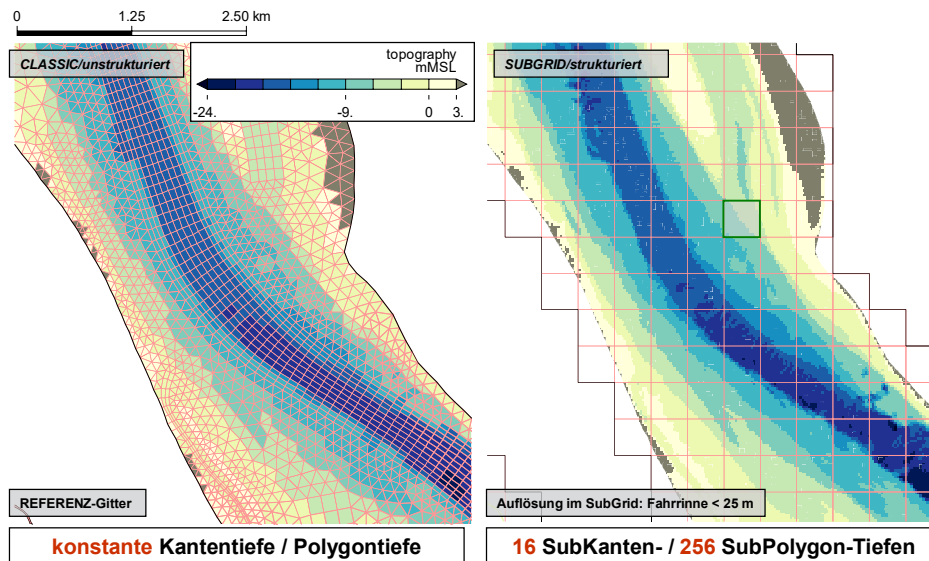


Bild 13: Elbe Ästuar, Ausschnitt bei Bielenberg (Elbe km 670). Links: Unstrukturiertes „klassisches“ Gitternetz. Rechts: Strukturiertes Gitternetz ( $\Delta x = 400$  m) mit Bathymetrie im SubGrid (SD-Strategie;  $\Delta x^{SG} \approx 25$  m).

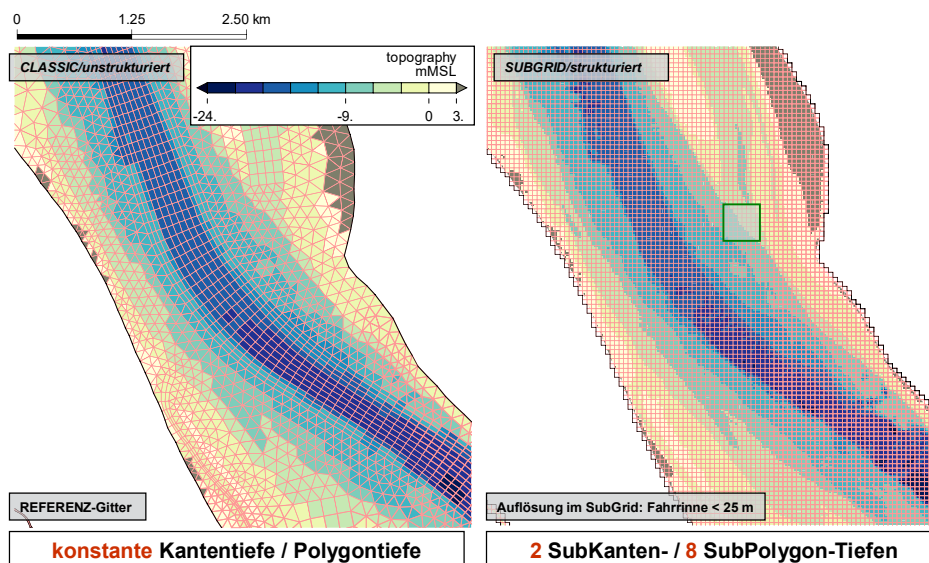


Bild 14: Elbe Ästuar, Ausschnitt bei Bielenberg (Elbe km 670). Links: Unstrukturiertes „klassisches“ Gitternetz. Rechts: Strukturiertes Gitternetz ( $\Delta x = 50$  m) mit Bathymetrie im SubGrid (SD-Strategie;  $\Delta x^{SG} \approx 25$  m). Hervorhebung einer Berechnungszelle der größten Gittervariante (Bild 13, rechts).

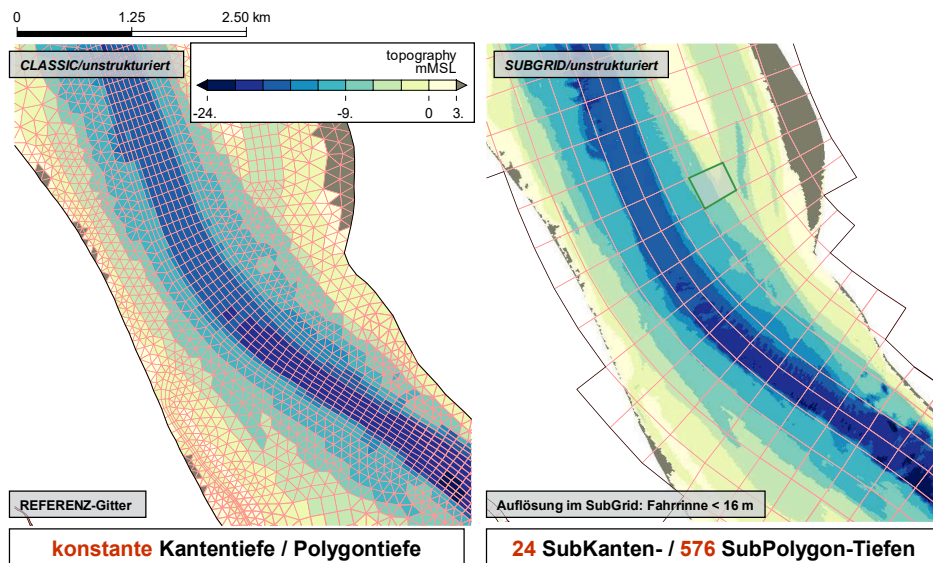


Bild 15: Elbe Ästuar, Ausschnitt bei Bielenberg (Elbe km 670). Links: Unstrukturiertes „klassisches“ Gitternetz. Rechts: Grobes, unstrukturiertes Gitternetz mit Bathymetrie im SubGrid (SD-Strategie;  $\Delta x^{SG} \approx 16$  m). Die subgridskalige Bathymetrie wird etwas feiner als in dem vergleichbaren strukturierten Gitter wiedergegeben (Bild 13; dort ist  $\Delta x^{SG} \approx 25$  m). Ins Auge fällt ferner die Orientierung des groben Berechnungsgitters an den topografischen Strukturen und damit auch an der vorherrschenden mittleren Strömung.

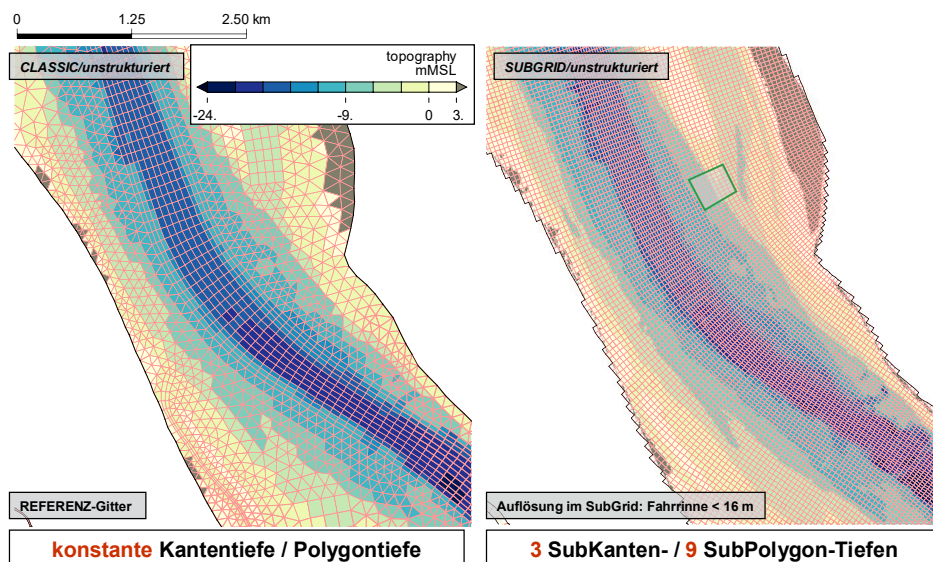


Bild 16: Elbe Ästuar, Ausschnitt bei Bielenberg (Elbe km 670). Links: Unstrukturiertes „klassisches“ Gitternetz. Rechts: Feines, unstrukturiertes Gitternetz mit Bathymetrie im SubGrid (SD-Strategie;  $\Delta x^{SG} \approx 16$  m). Hervorhebung einer Berechnungszelle der größten Gittervariante (Bild 15, rechts). Man beachte ferner die Unterschiede zu dem feinsten strukturierten Gitter in Bild 14.

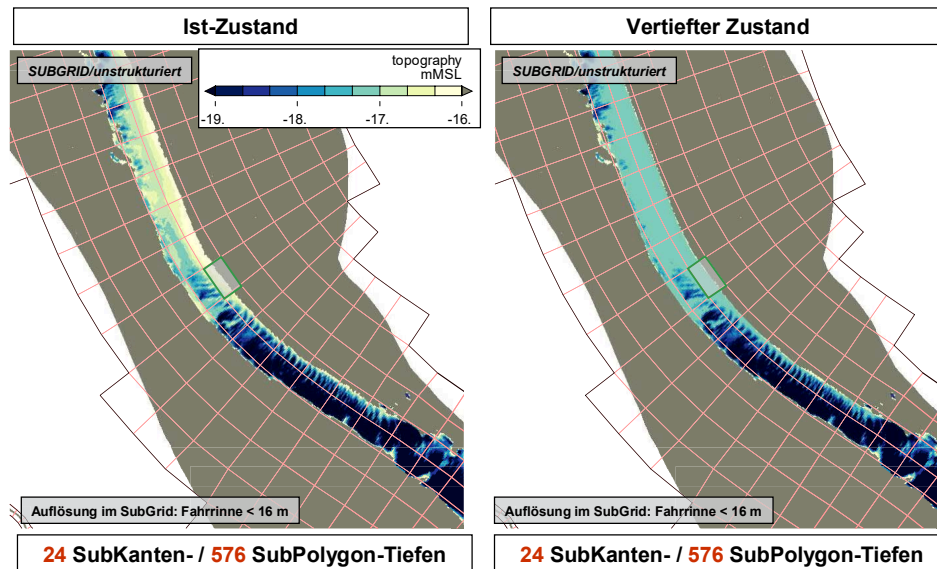


Bild 17: Elbe Ästuar, Ausschnitt bei Bielenberg (Elbe km 670). Links: Details der Bathymetrie der Fahrrinne im *Ist-Zustand* für das größte unstrukturierte Gitter mit SubGrid ( $\Delta x^{SG} \approx 16$  m). Rechts: Zustand mit *vertiefter Fahrrinne* im SubGrid.

## 2.6 Ems Ästuar

Über die ursprünglichen Projektplanungen hinausgehend, wurden auch für das Ems Ästuar erstmals verschiedene Gitternetze mit SubGrid erzeugt. Analog zum Elbe Ästuar stand ein „klassisches“ unstrukturiertes Gitternetz mit der Bathymetrie des Jahres 2004 zur Verfügung. Letzteres wird in laufenden WSV-Projekten eingesetzt. Es wird ebenfalls als *Referenzmodell* bezeichnet.

Eine *erste Gitterserie* besteht im Wesentlichen aus an der Strömung ausgerichteten Vierecken. Die Netze sind *unstrukturiert*. Die mittlere Gitterweite beträgt  $\Delta x = 400$  m,  $200$  m,  $100$  m und  $50$  m. Das Gebiet von Jümme und Leda wurde quasi-eindimensional (analog zu Bild 10) diskretisiert. In Abhängigkeit von der Auflösung  $\Delta x$  des Berechnungsgitters wird jedes (Berechnungs-) Polygon in 576, 144, 36 oder 9 Subpolygone unterteilt. Jede (Berechnungs-) Kante in 24, 12, 6 oder 3 Subkanten. In der größten Gitterversion wird die Fahrrinne mit nur einer Zelle über die Breite aufgelöst. Ein Vergleich des „klassischen“ Gitters mit der größten Variante ( $\Delta x = 400$  m) mit SubGrid zeigt Bild 18. Die Gegenüberstellung mit dem feinsten Gitter ( $\Delta x = 50$  m) ist in Bild 19 zu sehen. Auf SubGrid Niveau ist die Bathymetrie in allen Netzen dieselbe.

In einer *zweiten Gitterserie* wurde auf die selbstähnliche Verfeinerung aller Berechnungszellen verzichtet. In dieser Serie wird die Verfeinerung ausschließlich quer zur Fahrrinne



durchgeführt. Dabei wird jede quer zur Längsachse des Fahrwassers liegende (Berechnungs-) Kante in 2 (Bild 20), 3 (Bild 21) oder 4 (Bild 22) Subkanten unterteilt. Entsprechendes gilt für die (Berechnungs-) Polygone. Um starke Sprünge in der (Quer-) Auflösung zu vermeiden, werden die an den Kernbereich der Verfeinerung angrenzende Kanten und Polygone geeignet unterteilt. Im Vergleich mit der *ersten Gitterserie* steigt bei dieser Strategie die Anzahl der Berechnungspolygone und -Kanten nur langsam an. Da jede Kante immer in 24 Subkanten, und jedes Polygon immer in 576 Subpolygone unterteilt wird, wächst bei dieser Strategie die Auflösung der Bathymetrie  $\Delta x^{SG}$  im SubGrid mit jedem Schritt in dem verfeinerten Gebiet an.

Ein eindrucksvolles Beispiel für die Leistungsfähigkeit der SGT ist in Bild 23 zu sehen. Die Bathymetrie des komplexen Wattgebiets im Dollart bei *Nieuwe Statenzijl* kann mit Hilfe weniger Berechnungspolygone detailgetreu in dem Gitternetz (mit SubGrid) wiedergegeben werden. Während der Verlauf des nach *Nieuwe Statenzijl* verlaufenden Priels in dem klassischen Gitter „mit Polygonen gepflastert“ ist, genügen in dem Gitter mit SubGrid nur wenige Polygone zu dessen naturgetreuer Wiedergabe.

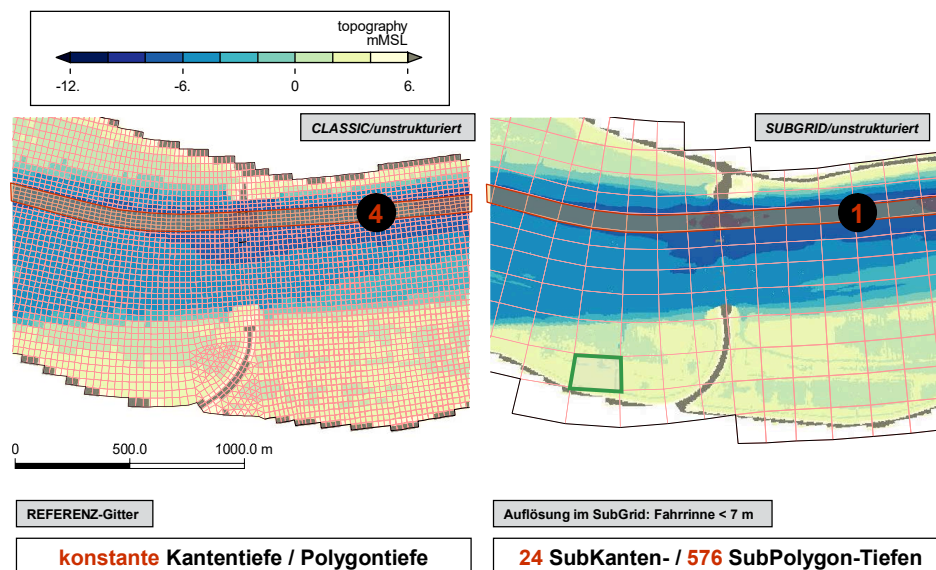


Bild 18: Ems Ästuar, Ausschnitt bei Gandersum (Ems km 32). Links: Unstrukturiertes „klassisches“ Gitternetz. Das Fahrwasser wird in Querrichtung mit 4 Berechnungszellen aufgelöst. Rechts: Grobes, unstrukturiertes Gitternetz mit Bathymetrie im SubGrid (SD-Strategie;  $\Delta x^{SG} \approx 7$  m). Das Fahrwasser wird in Querrichtung mit nur einer Berechnungszelle aufgelöst. Das grobe Berechnungsgitter orientiert sich an den topografischen Strukturen und damit auch an der vorherrschenden mittleren Strömung.

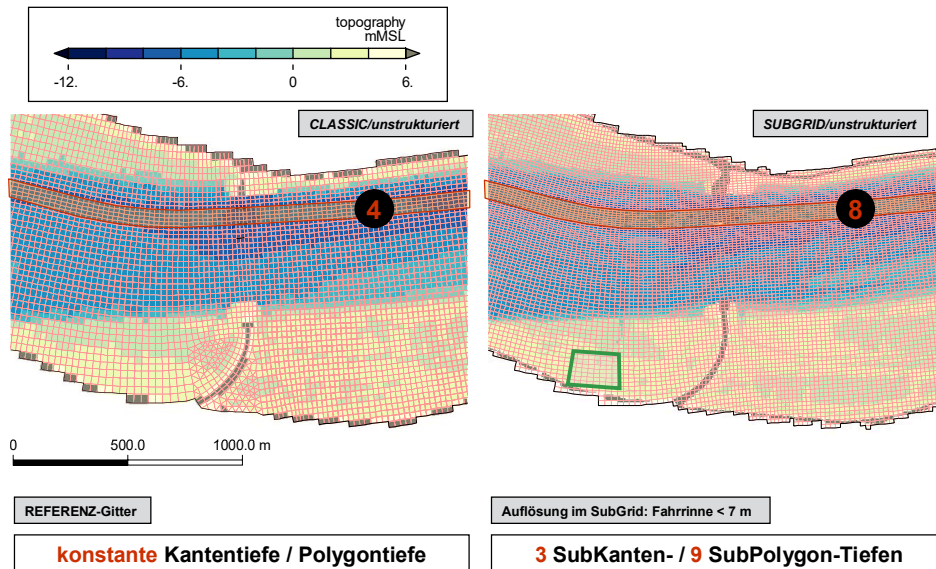


Bild 19: Ems Ästuar, Ausschnitt bei Gandersum (Ems km 32). Links: Unstrukturiertes „klassisches“ Gitternetz. Das Fahrwasser wird über die Breite mit 4 Berechnungszellen aufgelöst. Rechts: Feines, unstrukturiertes Gitternetz mit Bathymetrie im SubGrid (SD-Strategie;  $\Delta x^{SG} \approx 7$  m). Das Fahrwasser wird mit 8 Berechnungszellen aufgelöst.

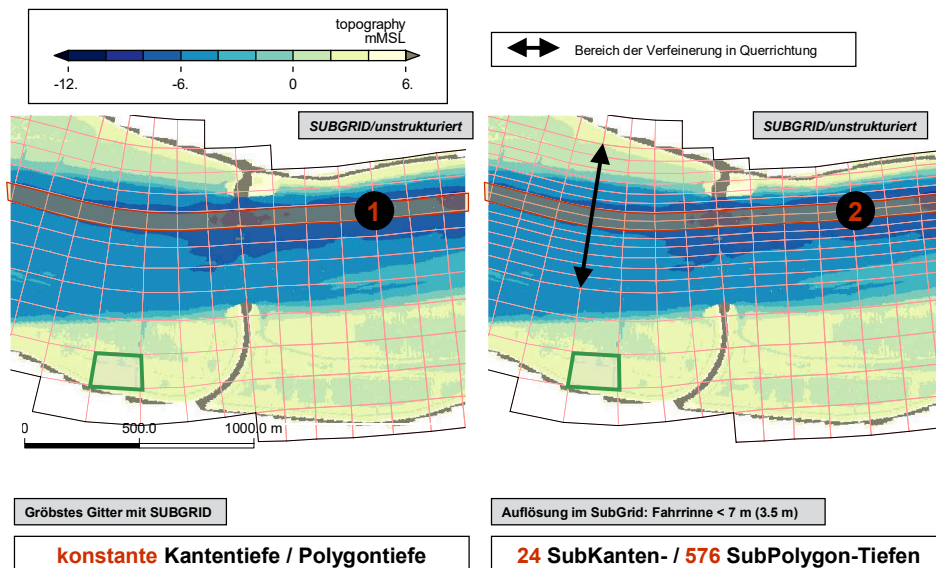


Bild 20: Ems Ästuar, Ausschnitt bei Gandersum (Ems km 32). Links: Grobes, unstrukturiertes Gitternetz mit Bathymetrie im SubGrid (SD-Strategie;  $\Delta x^{SG} \approx 7$  m). Rechts: Über die Rinnenbreite wird jede Zelle in zwei Zellen unterteilt. Die Auflösung im SubGrid verbessert sich quer zum Fahrwasserverlauf auf  $\Delta x^{SG} \approx 3,5$  m.

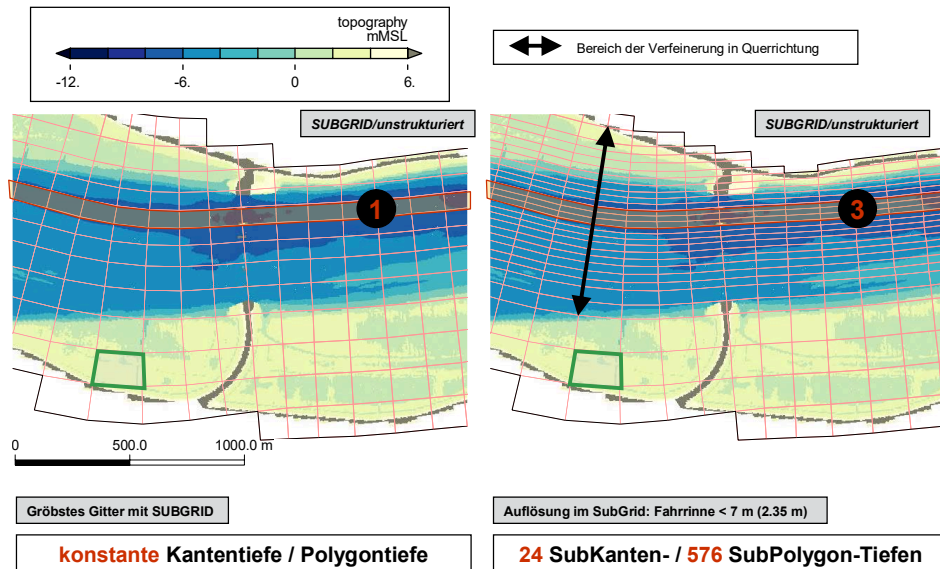


Bild 21: Ems Ästuar, Ausschnitt bei Gandersum (Ems km 32). Links: Grobes, unstrukturiertes Gitternetz mit Bathymetrie im SubGrid (SD-Strategie;  $\Delta x^{SG} \approx 7$  m). Rechts: Über die Rinnenbreite wird jede Zelle in *drei* Zellen unterteilt. Die Auflösung im SubGrid verbessert sich quer zum Fahrwasserverlauf auf  $\Delta x^{SG} \approx 2,3$  m. Der Bereich der verfeinerten Zellen vergrößert sich im Vergleich zu Bild 20, um die Breitenunterschiede benachbarter Zellen „akzeptabel“ zu halten.

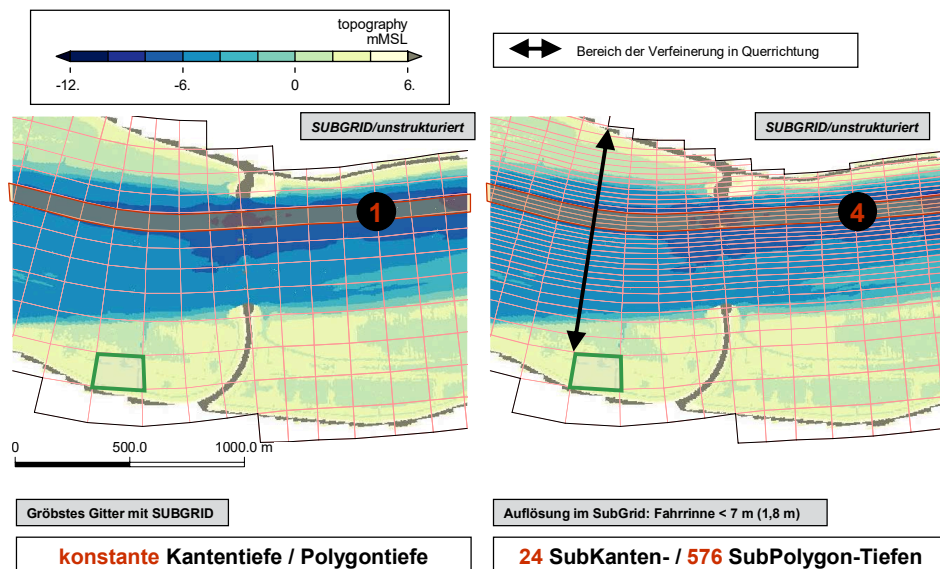


Bild 22: Ems Ästuar, Ausschnitt bei Gandersum (Ems km 32). Links: Grobes, unstrukturiertes Gitternetz mit Bathymetrie im SubGrid (SD-Strategie;  $\Delta x^{SG} \approx 7$  m). Rechts: Über die Rinnenbreite wird jede Zelle in *vier* Zellen unterteilt. Die Auflösung im SubGrid verbessert sich quer zum Fahrwasserverlauf auf  $\Delta x^{SG} \approx 1,8$  m. Der Bereich der verfeinerten Zellen vergrößert sich im Vergleich zu Bild 21 nochmals.



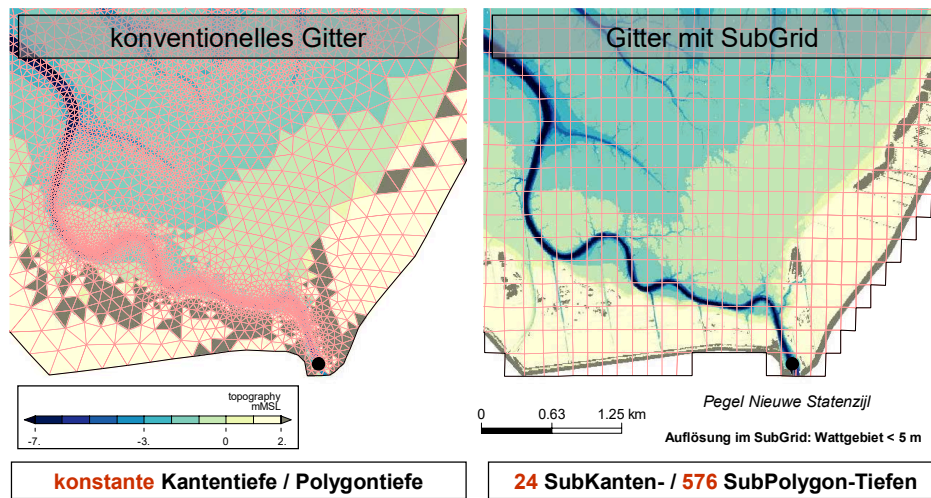


Bild 23: Ems Ästuar, Ausschnitt bei *Nieuwe Statenzijl*. Links: Unstrukturiertes „klassisches“ Gitternetz. Rechts: Grobes, unstrukturiertes, aber relativ homogenes Gitternetz mit Bathymetrie im SubGrid (SD-Strategie;  $\Delta x^{SG} \approx 5$  m).

### 3 Ergebnisse

Im Rahmen des Projekts wurden weit über tausend Simulationsrechnungen mit unterschiedlichen Gitternetzen, Randwerten und Parametern durchgeführt. In diesem Abschnitt sollen davon nur einige wenige exemplarisch herausgegriffen werden, um daran die wesentlichen Aussagen darzustellen. Für weitergehende Informationen wird ganz allgemein auf die in EWISA unter „Vorträge“ und „Veröffentlichungen“ zu diesem Projekt abgelegten Dokumente verwiesen (weitere Informationen in dem Anlagenverzeichnis).

#### 3.1 U-Kanal

Erste Erfahrungen im Umgang mit SGT wurden am Beispiel des U-Kanals (Bild 11 und Bild 12) gesammelt. Ein Schwerpunkt lag dabei auf der Untersuchung der Abhängigkeit der Berechnungsergebnisse – hier der Gradient des Wasserstands entlang des U-Kanals – von der Auflösung des Berechnungsgitters. Dies ist insbesondere dann von Bedeutung, falls SGT zur Reduktion der Auflösung des Berechnungsgitters eingesetzt werden soll.

Es ist aus querschnittsintegrierten Modellen bekannt, dass bei ausschließlicher Verwendung der querschnittsgemittelten Strömungsgeschwindigkeit, in Kombination mit einer kon-

stanten Bodenrauheit, der Widerstand der Strömung *überschätzt* wird, da die Energiedissipation in den Flachwasserbereichen *systematisch* überschätzt wird. Mit Hilfe des *Conveyance Approach*, dem eine im Querschnitt gleich verteilte Energiedissipation zu Grunde liegt, kann dieser Effekt abgemildert werden (G. S. Stelling, pers. Mitteilung).

Bild 24 belegt, dass für die groben Berechnungsgitternetze (CG060m und CG120m) die durch Bodenreibung bedingten Energieverluste größer als für die feinen (CG010m, CG020m und CG040m) sind. Dies ist darauf zurückzuführen, dass die Wassertiefe entlang der quer zum Kanal liegenden Berechnungskanten für CG060m und CG120m sehr stark veränderlich ist. Für CG040m und CG020m variiert die Tiefe dagegen nur wenig, und für CG010m gar nicht (eine Subkante je Kante).

Die Genauigkeit der Berechnung der Energiedissipation kann durch die in Bild 25 dargelegte Korrekturvorschrift im Sinne des *Conveyance Approach* verbessert werden. Kern der Korrektur ist die Berechnung der subgridskaligen Geschwindigkeit  $u_{j,k}(y)$  aus der vom Modell berechneten, für eine z-Schicht gemittelten Geschwindigkeit  $u_{j,k}$ . Diese Korrektur gilt für tiefengemittelte Modelle (eine z-Schicht) in gleicher Weise wie für tiefenstrukturierte Modelle (mehrere z-Schichten). Vom Anwender muss der Parameter  $p$  typischer Weise im Bereich zwischen 0,4 und 1,0 gewählt werden (Kalibrierung).

Bild 26 zeigt für den Fall tiefengemittelter 2D Strömung, dass bei Anwenden der Korrektur (Bild 25) die Energiedissipation und damit die Wasserspiegellage für das Beispiel des U-Kanals weitestgehend unabhängig vom Berechnungsgitter wird. Insbesondere im Vergleich mit der nicht korrigierten Berechnung (Bild 24) treten die Vorzüge der Korrektur deutlich hervor. Die positiven Eigenschaften bleiben auch bei Übergang zu einem tiefenstrukturierten 3D Modell (Bild 27) erhalten.

Mit der an den *Conveyance Approach* angelehnten Korrektur (Bild 25) kann die Abhängigkeit der Energiedissipation von dem Berechnungsgitter reduziert werden. Dies nährt die Hoffnung, dass der Wasserstand auch auf einem groben Berechnungsgitter hinreichend genau und zu geringeren Kosten (CPU-Zeitbedarf, Plattenplatzbedarf) als bisher berechnet werden kann - zumindest für *geeignete* Fragestellungen.

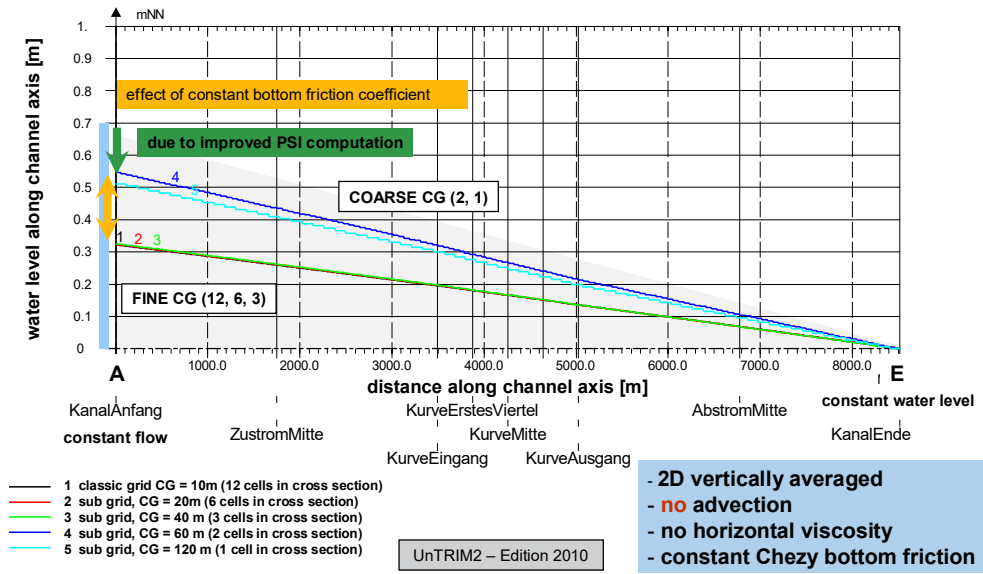


Bild 24: Wasserstand entlang U-Kanal (siehe Bild 11). Konstante Bodenrauheit für alle Subkanten. Ergebnisse für verschiedene Gittervarianten bei 2D tiefengemittelter Simulation: CG010m (schwarz), CG020m (rot), CG040m (grün), CG060m (blau) und CG120m (cyan).

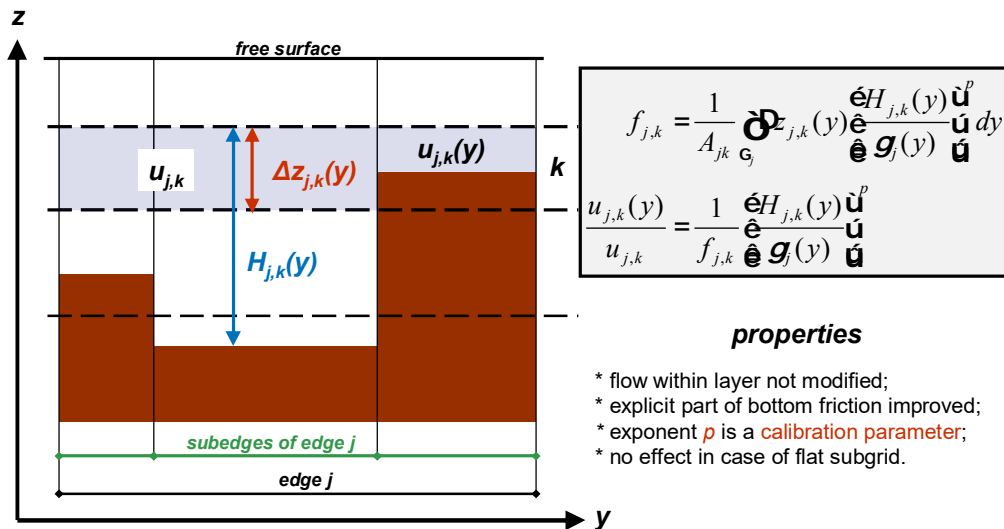


Bild 25: Berechnungsvorschrift für subgridskalige Strömungsgeschwindigkeiten. Links: Vertikalstruktur mit Definition der Variablen. Rechts: Berechnungsvorschrift und Eigenschaften der Korrektur.

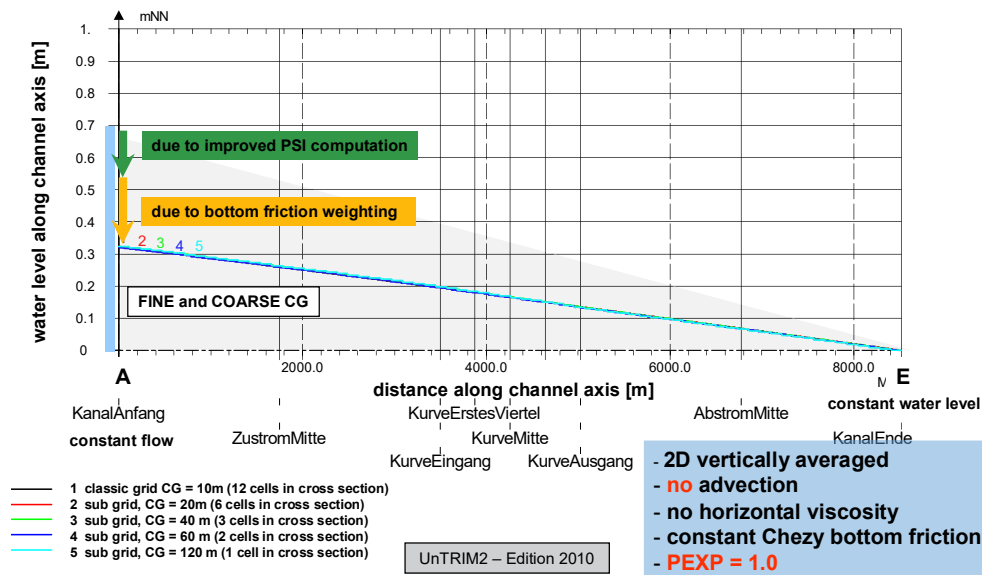


Bild 26: Wasserstand entlang U-Kanal (siehe Bild 11). Ergebnisse mit Korrektur der subgridskaligen Geschwindigkeiten. Man vergleiche mit Bild 24 ohne Korrektur. Ergebnisse für verschiedene Gittervarianten bei 2D tiefengemittelter Simulation: CG010m (schwarz), CG020m (rot), CG040m (grün), CG060m (blau) und CG120m (cyan).

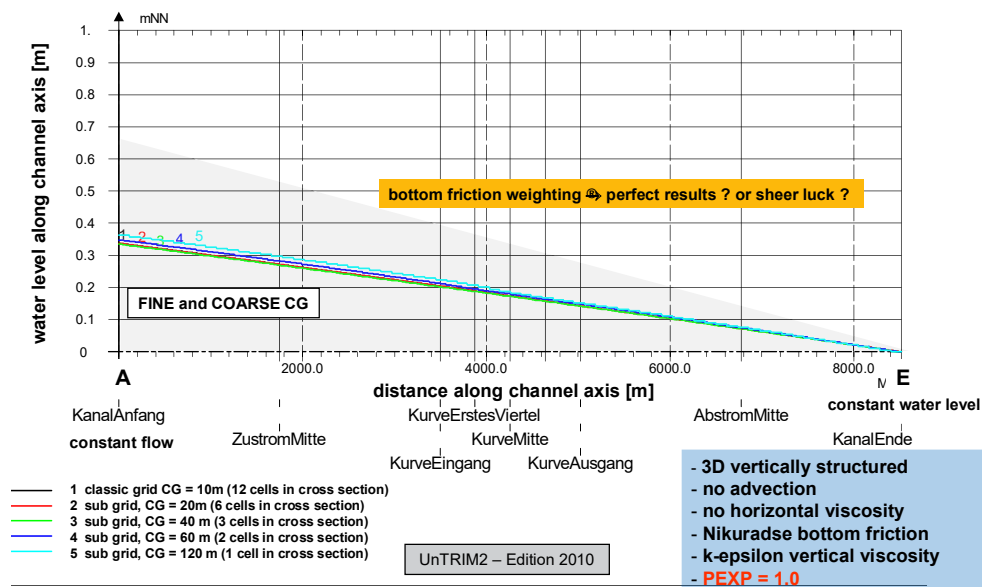


Bild 27: Wasserstand entlang U-Kanal (siehe Bild 11). Ergebnisse mit Korrektur der subgridskaligen Geschwindigkeiten. Ergebnisse für verschiedene Gittervarianten bei 3D tiefenstrukturierter Simulation: CG010m (schwarz), CG020m (rot), CG040m (grün), CG060m (blau) und CG120m (cyan). Man vergleiche mit den entsprechenden Ergebnissen der 2D Simulation (Bild 26).

### 3.2 Elbe Ästuar

Für das Elbe Ästuar werden die Ergebnisse zweier typischer Verwendungsmöglichkeiten eines numerischen Modells vorgestellt. Im ersten Fall dient das Modell der Berechnung des durch die Tide verursachten Wasserstands. Bei der zweiten Verwendungsmöglichkeit wird das Modell zur Prognose der durch eine Vertiefung der Fahrrinne verursachten Änderungen des Wasserstands eingesetzt.

Die in dem vorangehenden Abschnitt vorgestellte Korrektur der Energiedissipation mit Hilfe subgridskaliger Geschwindigkeiten wird auch für das Elbe Ästuar angewendet. Bei geeigneter Kalibrierung des Parameters  $p$  (siehe Bild 25) ergeben sich für den zeitveränderlichen, durch die Tide beeinflussten Wasserstand vergleichbare Ergebnisse auf verschiedenen Berechnungsgittern (siehe Bild 28 für den Pegel Geesthacht). Diese Ergebnisse bestätigen die für den U-Kanal gesammelten Erfahrungen. Es ist ferner ersichtlich, dass bei Verwendung einer subgridskaligen Bathymetrie der Tidehub ansteigt. Des Weiteren tritt sowohl das Thw als auch das Tnw früher ein als bei Rechnung ohne subgridskalige Bathymetrie. Die vorgenannten Unterschiede entsprechen den theoretischen Erwartungen gemäß Gleichung 8.

In jedem Ästuar ist das Trockenfallen sowie die Überflutung von Wattgebieten ein bedeutender Vorgang. Die Verwendung subgridskaliger Bathymetrie lässt auch auf einem groben Berechnungsgitter eine detaillierte Darstellung der kleinräumigen Priele und Rinnen zu (siehe Bild 29). Dies führt u. a. zu einem verbesserten Trockenfallen der Wattgebiete (siehe Bild 30). Das Wasser fließt beim Trockenfallen rascher aus den Wattgebieten ab und dringt beim Überfluten ebenfalls rascher auf diese vor. Diese Unterschiede können insbesondere auf die detaillierte Auflösung der kleinräumigen Strukturen, aber auch auf die im Mittel reduzierte Energiedissipation gemäß Gleichung 8 zurückgeführt werden.

Grobe strukturierte Gitternetze mit SubGrid können bei Vernachlässigung der Advektion erfolgreich verwendet werden (Bild 28). Muss jedoch die Advektion berücksichtigt werden – und das ist bei Ästuaren eigentlich immer der Fall – dann scheidet die Verwendung strukturierter Gitter mit SubGrid aus. Auf Grund der speziellen Struktur des Gitters – häufiger Zick-Zack-Verlauf der Land-Wasser Grenze – ist die Dissipation auf Grund der damit verbundenen Verluste beim Impulstransport im Vergleich zu dem unstrukturierten Referenzgitter inakzeptabel hoch (Bild 31). Bei einem Übergang zu unstrukturierten, an die mittlere Strömungsrichtung angepassten Gitternetzen mit SubGrid erhält man selbst auf den größten Netzen (UG400, Bild 15 rechts) brauchbare Ergebnisse, wie ein Blick auf Bild 32 zeigt.

Dieser Vorteil stellt sich auch bei einem Vergleich von Simulations- und Messergebnissen ein (Bild 33). Die für den Pegel St. Pauli berechneten Ergebnisse weichen sowohl für das Referenzgitter (Bild 15 links) als auch für das gröbste unstrukturierte Gitter mit SubGrid (Bild 15 rechts) nur wenig von den Beobachtungen ab. Die Berechnungen mit subgridskaliger Bathymetrie erfordern allerdings weniger als 5 % des CPU-Zeitbedarfs des Referenzgitters. Dies ist ein besonderer Vorteil der SGT im Vergleich zu den bislang genutzten Techniken.

In den bisher diskutierten Fällen ging es im Wesentlichen um die Berechnung des tideinduzierten Wasserstands. Eine weitere typische Modellanwendung ist die Prognose der durch eine Vertiefung der Fahrrinne verursachten Änderung der Tidedynamik.

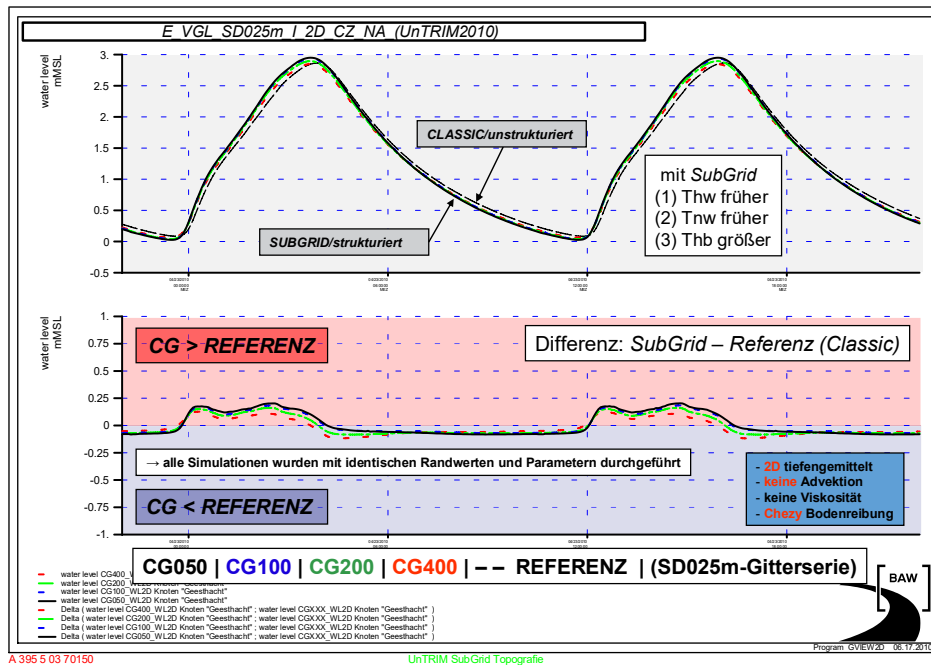
Bild 17 zeigt die Situation für eine Vertiefung der Fahrrinne der Elbe. Für diese Studie wurde die Elbe im Abschnitt km 624 - 748 ausschließlich im SubGrid vertieft.

Die für tiefengemittelte (2D) Simulation prognostizierten vertiefungsbedingten Änderungen des Thb sind in Bild 34 dargestellt. Für alle Simulationsergebnisse stimmt die Bathymetrie im SubGrid, sowohl für den Ist-, als auch für den Ausbauzustand überein. Demgegenüber variiert die Auflösung des Berechnungsgitters von  $\Delta x \approx 400$  m, über  $\Delta x \approx 200$  m,  $\Delta x \approx 100$  m bis zu  $\Delta x \approx 50$  m deutlich. Dennoch liegt die prognostizierte maximale Änderung sowie die räumliche Variation des  $\Delta \text{Thb}$  für alle Simulationsrechnungen sehr eng beieinander. Allenfalls ist eine moderate Tendenz zu größeren Werten  $\Delta \text{Thb}$  bei höherer Auflösung des Berechnungsgitters zu erkennen. Für diesen Fall können somit „korrekte“ Ergebnisse für  $\Delta \text{Thb}$ , auch bei Verwendung des gröbsten Berechnungsgitters mit  $\Delta x \approx 400$  m (UG400), zu einem Bruchteil der Kosten der hoch aufgelösten Gitter erzeugt werden. Die Sensitivität der Prognosewerte hinsichtlich der Auflösung des Berechnungsgitters ist gering.

Wird dieselbe Vertiefungsmaßnahme in dem tiefenstrukturierten (3D) Modell untersucht, so zeigt sich in den Prognosen für  $\Delta \text{Thb}$  eine im Vergleich zu 2D verstärkte Sensitivität der Ergebnisse hinsichtlich der benutzten Auflösung des Berechnungsgitters (Bild 35). Von dem gröbsten ( $\Delta x \approx 400$  m, UG400) zum feinsten Berechnungsgitter ( $\Delta x \approx 50$  m, UG050) verdoppelt sich das prognostizierte  $\Delta \text{Thb}$  annähernd. Sehr wahrscheinlich ist dieser Unterschied zu 2D darauf zurückzuführen, dass bei 3D-Simulation eine durch die Vertiefung der Fahrrinne ausgelöste Änderung des advektiven Impulstransports den entscheidenden Beitrag zum weiteren Anstieg des  $\Delta \text{Thb}$  liefert. Auf einem groben Berechnungsgitter ist die Strömungsgeschwindigkeit ein Mittelwert für eine sehr große Fläche. Je feiner das Berechnungsgitter, desto präziser kann die Geschwindigkeit, deren Änderung, sowie die damit verbundene Änderung des Impulstransports von dem Modell wiedergegeben werden. Sollte diese Hypothese richtig sein, wären der Verwendung sehr grober Berechnungsgitter für Fragen ausbaubedingter Änderungen relativ enge Grenzen gesetzt. Zumindest in Querrich-



tung zur Fahrrinne – in dieser Richtung ist auch der Gradient der Strömungsgeschwindigkeit am größten – sollte das Berechnungsgitter eine gewisse Auflösung nicht unterschreiten.



**Bild 28:** Wasserstand am Pegel Geesthacht für synthetische Tiden. Tiefengemittelte 2D Simulation unter Vernachlässigung der Advektion. Oben: Wasserstand für das Referenzgitter sowie vier strukturierte Gitternetze mit  $\Delta x = 400$  m (CG400, siehe Bild 13 rechts),  $\Delta x = 200$  m (CG200),  $\Delta x = 100$  m (CG100),  $\Delta x = 50$  m (CG050, siehe Bild 14 rechts) mit Bathymetrie im SubGrid. Unten: Differenz der Ergebnisse für CG400, CG200, CG100 und CG050 zu dem Referenzgitter.

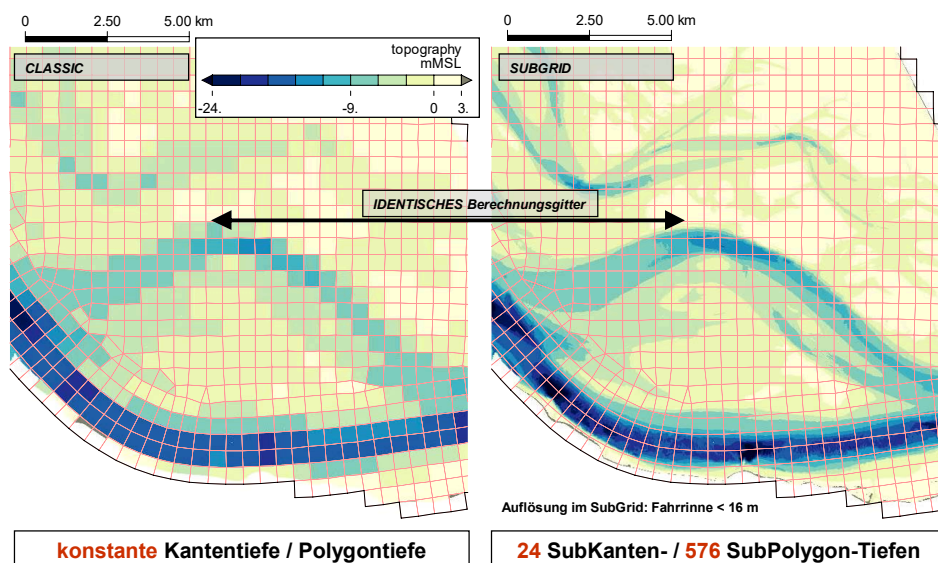


Bild 29: Bathymetrie eines Wattgebietes der Elbe bei Cuxhaven. Identische Berechnungsgitter. Links: „Klassische“ Bathymetrie (ein Tiefenwert je Berechnungspolygon/Berechnungskante mit jeweils mittlerer Tiefe). Rechts: Bathymetrie mit SubGrid mit 24 Subkanten je Berechnungskante und 576 Subpolygonen je Polygon ( $\Delta x^{SG} \approx 16$  m).

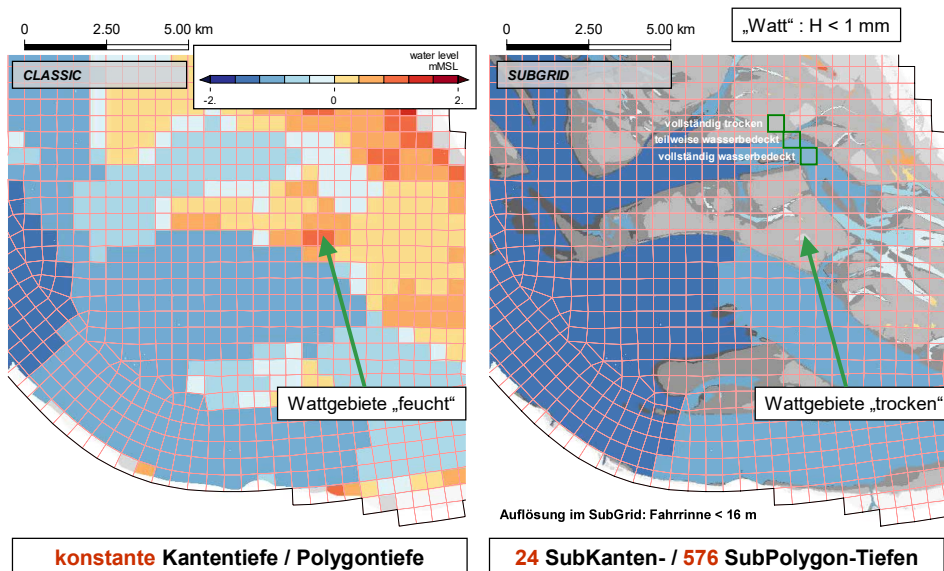


Bild 30: Berechnete synoptische Wasserverteilung (Wasserspiegellage) für ein Wattgebiet in der Elbe bei Cuxhaven (Bathymetrie siehe Bild 29). Links: Ergebnisse für „klassische“ Bathymetrie (ein Wert je Berechnungspolygon, ein Wert je Berechnungskante). Rechts: Ergebnisse für Bathymetrie mit SubGrid.

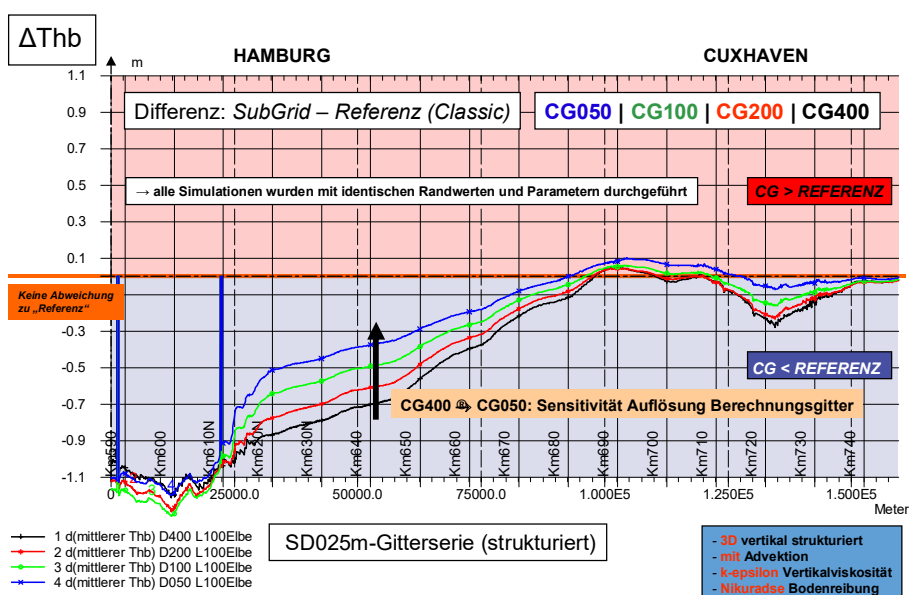




Bild 31: Abweichung des für die *strukturierten* Gitternetze mit  $\Delta x = 400$  m (CG400, siehe Bild 13 rechts),  $\Delta x = 200$  m (CG200),  $\Delta x = 100$  m (CG100) sowie  $\Delta x = 50$  m (CG050, siehe Bild 14 rechts) berechneten Thb gegenüber dem Thb des Referenzgitters. Es wurde tiefenstrukturiert 3D und mit advektiven Termen gerechnet.

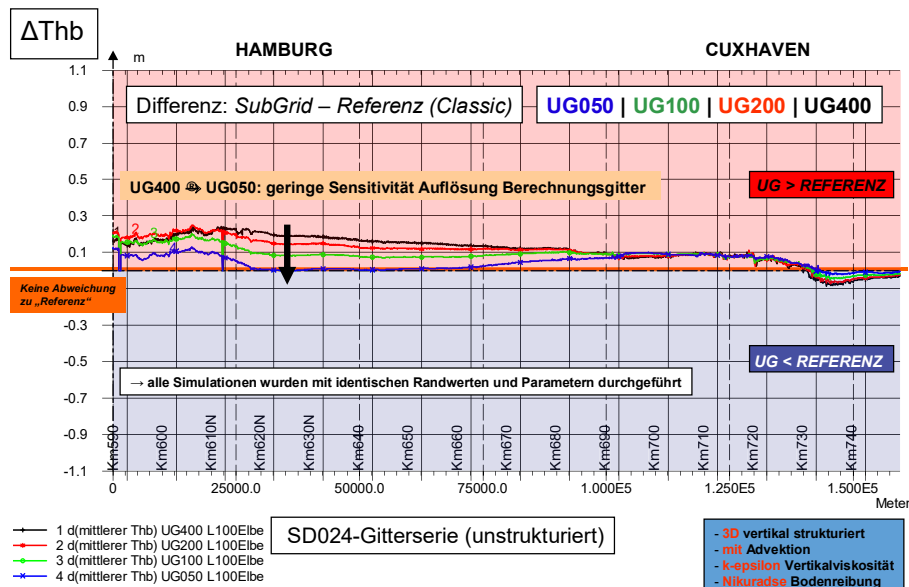


Bild 32: Abweichung des für die *unstrukturierten* Gitternetze mit  $\Delta x \approx 400$  m (UG400, siehe Bild 15 rechts),  $\Delta x \approx 200$  m (UG200),  $\Delta x \approx 100$  m (UG100) sowie  $\Delta x \approx 50$  m (UG050, siehe Bild 16 rechts) berechneten Thb gegenüber dem Thb des Referenzgitters. Es wurde tiefenstrukturiert 3D und mit advektiven Termen gerechnet. Man beachte die Unterschiede zu Bild 31.

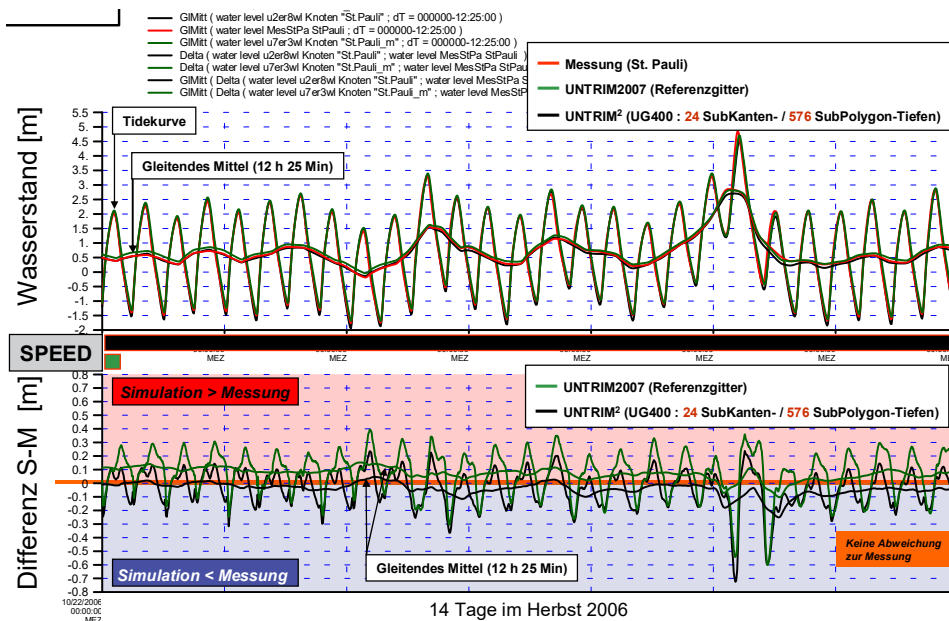


Bild 33: Wasserstand am Pegel Hamburg St. Pauli. Oben: Vergleich des gemessenen Wasserstands mit den für das Referenzgitter mit „klassischer“ Bathymetrie sowie das grobe unstrukturierte Gitter mit SubGrid (UG400, siehe Bild 15 rechts) berechneten Wasserständen. Ebenso für die tidegemittelten Wasserstände. Unten: Differenzen zwischen Simulation Messung. Ebenso für die tidegemittelten Differenzen.

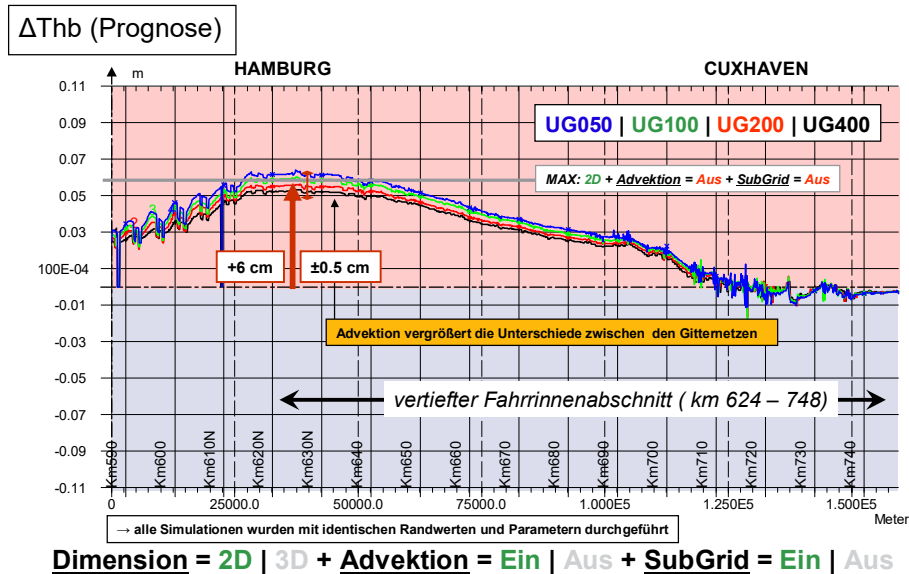


Bild 34: Änderung des Thb ( $\Delta Thb$ ) für ein Längsprofil des Elbe Ästuars. Die Berechnungen wurden *tiefengemittelt* (2D), mit eingeschalteter Advektion (Impuls) und Bathymetrie im SubGrid durchgeführt. Dargestellt sind vier Prognosen für die Gitternetze  $\Delta x \approx 400$  m (UG400, siehe Bild 15 rechts),  $\Delta x \approx 200$  m (UG200),  $\Delta x \approx 100$  m (UG100) sowie  $\Delta x \approx 50$  m (UG050, siehe Bild 16 rechts). Mit eingezeichnet (horizontale graue Linie) ist das maximale  $\Delta Thb$ , das man bei Verwendung eines Modells mit „klassischer“ Bathymetrie erhält.

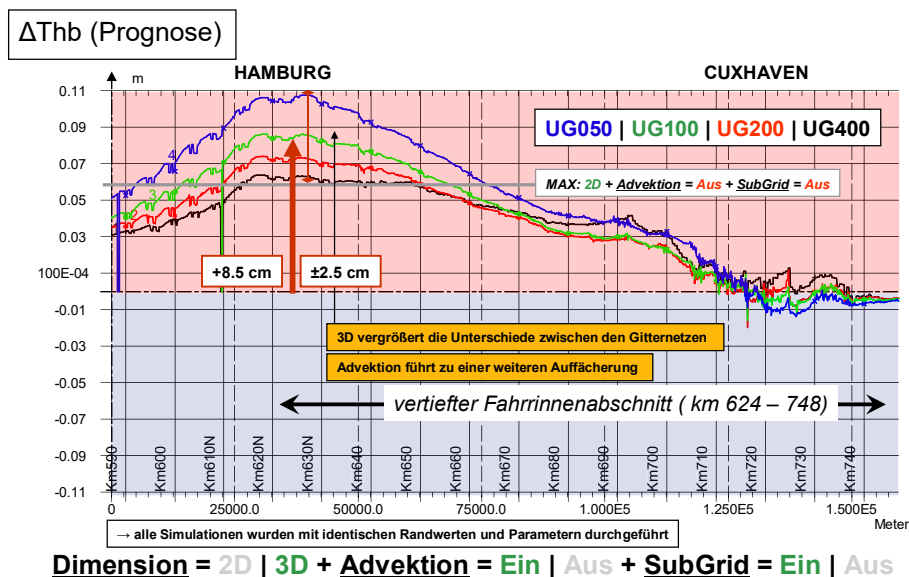


Bild 35: Änderung des  $\Delta Thb$  ( $\Delta Thb$ ) für ein Längsprofil des Elbe Ästuars. Die Berechnungen wurden *tiefenstrukturiert* (3D), mit eingeschalteter Advektion (Impuls) und Bathymetrie im SubGrid durchgeführt. Dargestellt sind vier Prognosen für die Gitternetze  $\Delta x \approx 400$  m (UG400, siehe Bild 15 rechts),  $\Delta x \approx 200$  m (UG200),  $\Delta x \approx 100$  m (UG100) sowie  $\Delta x \approx 50$  m (UG050, siehe Bild 16 rechts). Mit eingezeichnet (horizontale graue Linie) ist das maximale  $\Delta Thb$ , das man bei Verwendung eines Modells mit „klassischer“ Bathymetrie erhält. Man beachte die Unterschiede zu Bild 34.

### 3.3 Ems Ästuar

Über die ursprüngliche Projektplanung hinaus wurden auch erste Untersuchungen mit SGT für das Ems Ästuar durchgeführt. Die bislang erzielten Ergebnisse bestätigen im Wesentlichen die für das Elbe Ästuar gesammelten Erkenntnisse.

Der in Bild 36 für den Pegel *Nieuwe Statenzijl* gezeigte Vergleich der berechneten Wasserstände ist ein weiterer Beleg für die Leistungsfähigkeit der SGT. Obwohl sich seewärts des in der Südostecke des Dollart gelegenen *Nieuwe Staatenzijl* eine komplex strukturierte Wattlandschaft erstreckt (Bild 23), gelingt selbst auf einem groben Berechnungsgitter, mit Bathymetrie im SubGrid, eine exzellente Reproduktion der für ein hoch aufgelöstes Berechnungsgitter erzielten Ergebnisse. Erneut liefert SGT zu einem Bruchteil der Kosten des „klassischen“ Gitters vergleichbare Resultate.

In der Ems wurde erstmals eine Strategie zur Verfeinerung des Berechnungsgitters erprobt, bei der ausschließlich quer zur Längsrichtung der Fahrrinne (Bild 20, Bild 21 und Bild 22) verfeinert wird. Für die so erzeugten Gitternetze ist die Sensitivität der Berechnungsergebnisse gering, wie ein Blick auf den weit stromauf gelegenen Pegel Papenburg zeigt (Bild 37).

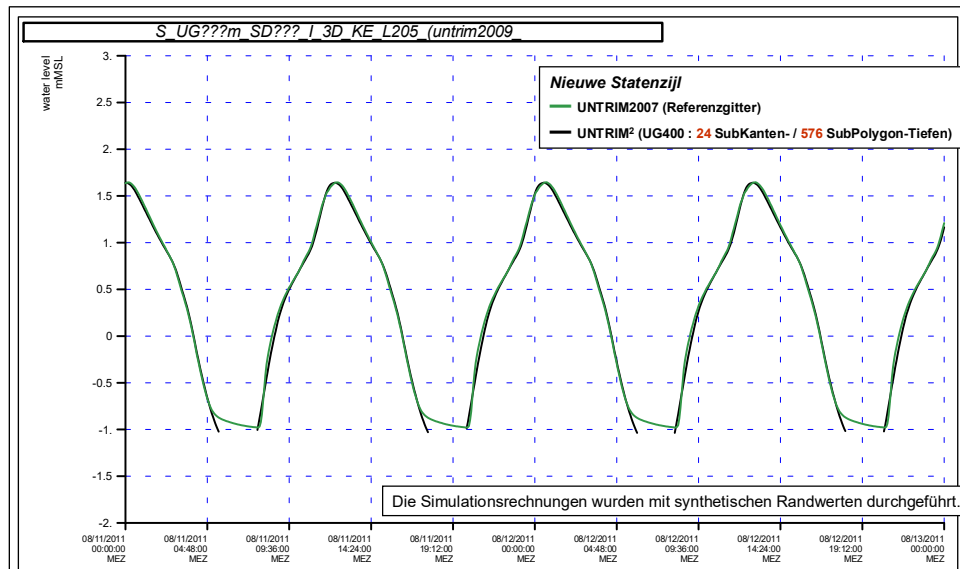


Bild 36: Vergleich der berechneten Wasserstände am Pegel *Nieuwe Statenzijl*. Ergebnis (Grün) für Modell mit *klassischer* Bathymetrie (Bild 23, links). Ergebnis (Schwarz) für Modell mit Bathymetrie im SubGrid (Bild 23, rechts).

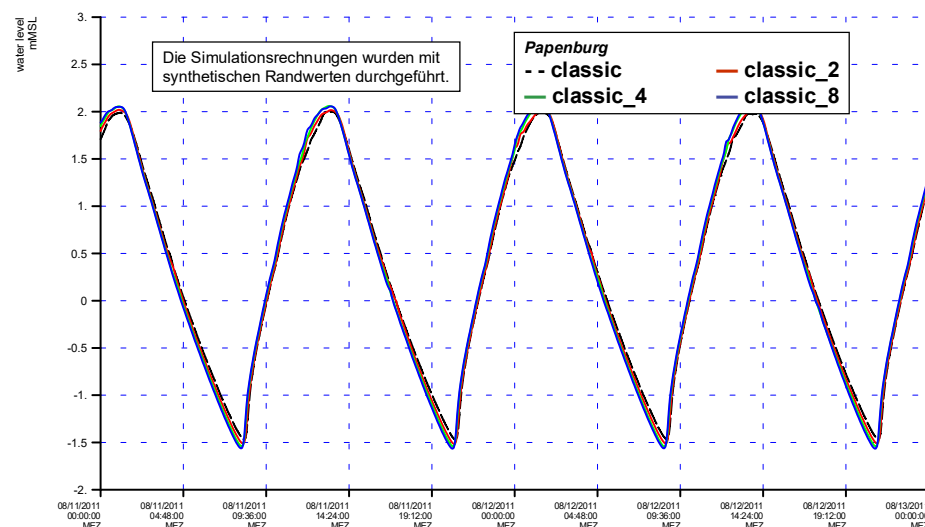


Bild 37: Wasserstand am Pegel Papenburg für vier aufeinander folgende synthetische Tiden. Tiefenstrukturierte 3D Simulation mit Berücksichtigung der Advektion. Ergebnisse für vier unstrukturierte Gitternetze mit Bathymetrie im SubGrid. Teilweise Gitterverfeinerung quer zur Fahrrinne. Ergebnisse für  $\Delta x = 400$  m (UG400, siehe Bild 20 links), Verfeinerungsstufe 1 (UG400\_F2, siehe Bild 20 rechts), Verfeinerungsstufe 2 (UG400\_F3, siehe Bild 21 rechts), Verfeinerungsstufe 3 (UG400\_F4, siehe Bild 22 rechts).

## 4 Schlussfolgerungen und Empfehlungen

Das mathematische Verfahren UnTRIM<sup>2</sup> wurde in die Programmsammlung ProgHome integriert, seine Schnittstellenmethoden dokumentiert. Weitere, für Anwender nützliche Informationen sind in dem BAWiki vorhanden. UnTRIM<sup>2</sup> arbeitet robust und effizient. Gitternetze mit SubGrid können mit JaNET (smile consult GmbH) erzeugt werden. Postprozessoren für Analyse und Visualisierung stehen für Berechnungsergebnisse auf Profilen sowie für Einzelpositionen zur Verfügung.

Fazit 1: Jeder BAW Mitarbeiter mit Zugriff auf ProgHome kann UnTRIM<sup>2</sup> mit geringem Lernaufwand gegenüber UnTRIM anwenden.

Für die Ästuarie Elbe und Ems konnte UnTRIM<sup>2</sup> zur Simulation der Tidedynamik (2D und 3D) auf unstrukturierten, an die mittlere Strömungsrichtung angepassten Gitternetzen mit SubGrid erfolgreich eingesetzt werden. Der Berechnungsaufwand beträgt dabei teilweise weniger als 5 % der bislang üblichen CPU-Zeiten, falls ein „grobes“ Berechnungsgitter benutzt wird.

Fazit 2: UnTRIM<sup>2</sup> ist zur Langzeitsimulation der Tidedynamik (ein Jahr in einem Tag) sowie als schnelles operationelles Modell für den Wasserstand (ein Tag in 5 Minuten) optimal geeignet.

Die Möglichkeit zur Berücksichtigung der Bathymetrie auf der SubGrid Skala erlaubt eine von der Auflösung des Berechnungsgitters unabhängige Beschreibung der Bathymetrie. Trockenfallen und Überfluten von Wattgebieten können damit naturähnlicher als bisher simuliert werden. Gleiches gilt für Fortschrittsgeschwindigkeit und Amplitude der Tidewelle.

Fazit 3: UnTRIM<sup>2</sup> mit SGT verbessert die Qualität der Berechnungsergebnisse. Gezielte Untersuchungen zum Einfluss der Auflösung des Berechnungsgitters auf die Berechnungs- oder Prognoseergebnisse werden damit erleichtert. Somit wird die Sicherheit der Prognosen erhöht.

Da in Ästuaren die Advektion (Impuls) ein wichtiger Prozess ist, scheiden strukturierte Gitternetze, auch mit SubGrid, auf Grund ihrer nachteiligen dissipativen Eigenschaften für eine Benutzung aus.

Fazit 4: Gitternetze müssen an die mittlere Strömung angepasst sein.

Unvollständig geklärt wurde, welche Gitterstruktur erforderlich ist, um die Sensitivität prognostizierter ausbaubedingter Änderungen des Wasserstands auf ein akzeptables Maß zu

reduzieren. UnTRIM<sup>2</sup> ist außerdem derzeit nicht mit Paketen zur Simulation der Morphodynamik und des Seegangs gekoppelt – im Gegensatz zu UnTRIM -, da hierfür subgridskalige Verfahren bislang nicht existieren. Visualisierung und Analyse von Berechnungsergebnissen für das Gesamtgebiet sind ebenfalls nur eingeschränkt möglich.

#### Empfehlungen für die Anwendung:

- Simulation einer Vertiefungsmaßnahme in dem Ems Ästuar unter Verwendung der zur Verfügung stehenden Gitternetze. Insbesondere sollten die in Querrichtung zur Fahrrinne verfeinerten Netze benutzt werden. Die Prognoserechnungen sollten dann für zwei unterschiedliche Szenarien (1 = mittlere Tiden; 2 = Sturmflut) durchgeführt werden.
- Erstellen von Gitternetzen mit SubGrid für das Jade-Weser Ästuar. Verifizieren der für das Elbe und Ems Ästuar abgeleiteten Erkenntnisse hinsichtlich der Anwendbarkeit des Modells.
- Anwenden von UnTRIM<sup>2</sup> für einen Binnenfluss. Ausgedehnte, nur bei Hochwasser überflutete Vorlandbereiche können mit Hilfe der SGT präzise und ökonomisch in dem Berechnungsgitter erfasst werden.

#### Empfehlungen für die Entwicklung:

- Visualisierung und Analyse von Simulationsergebnissen über subgridskaliger Bathymetrie. Hierfür wurde mittlerweile das (neue) FuE-Projekt „Weiterentwicklung der Methoden zur Analyse von Simulationsergebnissen“ beantragt und genehmigt (BAW-Nr. A39550570200).
- Berechnung von Bedload- und Schwebstofftransport sowie der resultierenden morphologischen Änderung für Modelle mit subgridskaliger Bathymetrie.
- Berechnung von Seegang für Modelle mit subgridskaliger Bathymetrie.

Alle Entwicklungsschritte müssen durchlaufen werden, um das mathematische Verfahren UnTRIM sowie dessen Postprozessoren durch entsprechende SubGrid Verfahren in Zusammenspiel mit UnTRIM<sup>2</sup> ersetzen zu können.

Hamburg, im Januar 2012.

Bundesanstalt für Wasserbau

Im Auftrag

Günther Lang

## 5 Literatur

- [1] Casulli, V. und Stelling, G. S. (2010): *Semi-implicit sub grid modelling of three-dimensional free-surface flows*. International Journal for Numerical Methods in Fluids.
- [2] Casulli, V. (2008): *A high resolution wetting and drying algorithm for free-surface hydrodynamics*. International Journal for Numerical Methods in Fluids, Band 60, Heft 4, 391 - 408.

## 6 Internet und BAWiki

- <1> [http://www.baw.de/methoden/index.php5/Mathematisches\\_Verfahren\\_UNTRIM2](http://www.baw.de/methoden/index.php5/Mathematisches_Verfahren_UNTRIM2).
- <2> <http://www.baw.de/methoden/index.php5/UNTRIM2>.



**Bundesanstalt für Wasserbau**  
Kompetenz für die Wasserstraßen

Kußmaulstraße 17 · 76187 Karlsruhe  
Tel. 0721 97 26-0 · Fax 0721 97 26-45 40

Wedeler Landstraße 157 · 22559 Hamburg  
Tel. 040 81 908-0 · Fax 040 81 908-373

Am Ehrenberg 8 · 98693 Ilmenau  
Tel. 03677 669-0 · Fax 03677 669-33 33

[www.baw.de](http://www.baw.de)